UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
COLEGIADO DE MATEMÁTICA
Licenciatura em Matemática
UNIOESTE - Campus de Cascavel

Alex Augusto Nunes Machado
Ana Carolina Souza Lisboa
Cintya Akemi Okawa
Victoria Maria de Oliveira Santos

RELATÓRIO DA DISCIPLINA DE METODOLOGIA E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA:

ESTÁGIO SUPERVISIONADO I
PROMAT

CASCAVEL
2019

Alex Augusto Nunes Machado
Ana Carolina Souza Lisboa
Cintya Akemi Okawa
Victoria Maria de Oliveira Santos

METODOLOGIA E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA:
ESTÁGIO SUPERVISIONADO I
PROMAT

Relatório apresentado como requisito parcial da disciplina para aprovação.

Orientadora: Profª. Ma. Daniela Maria Grande Vicente

CASCAVEL 2019

Lista de Figuras

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O presente relatório é referente ao estágio obrigatório realizado no primeiro semestre do ano de 2019 como parte integrante da disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado I. A primeira parte deste relatório é composta pelo relato intitulado "*Uma experiência com funções de segundo grau sob a perspectiva da resolução de problemas*". Tal texto descreve o experimento aplicado no final da sexta aula do PROMAT, bem como seus resultados, e foi escrito objetivando ser encaminhado para publicação na XXXIII Semana Acadêmica de Matemática.

O PROMAT é um projeto de ensino institucional do Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), campus de Cascavel, que atende alunos de ensino médio da rede pública estadual de ensino e alunos da graduação. O projeto é composto por 20 encontros, dos quais os dez primeiros ocorrem no primeiro semestre com conteúdos do ensino fundamental e os últimos dez ocorrem no segundo semestre com conteúdos do ensino médio. Possui como um dos objetivos, preparar o aluno para as provas de vestibulares e Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Os planos de aula desenvolvidos para o PROMAT, bem como os relatos das aulas, estão contidos na segunda parte deste relatório.

Também fez parte do estágio a aplicação do Projeto Dia Nacional da Matemática, o qual será descrito na terceira parte desse relatório. Esse projeto constituiu-se na elaboração e aplicação de atividades diferenciadas envolvendo a Matemática, para turmas dos sextos e nonos anos do ensino fundamental. Tal projeto foi desenvolvido, no dia 3 de maio, no Colégio Estadual Marechal Humberto Alencar Castelo Branco e teve por finalidade divulgar o dia 06 de maio como o Dia Nacional da Matemática, bem como seus motivos, além de promover o interesse dos alunos pela disciplina através de atividades diferenciadas.

Por fim, a quarta parte deste relatório contempla as considerações finais, na qual os autores apresentam um breve parecer, acerca de suas experiências com a prática docente nesse primeiro semestre de 2019.

1 UMA EXPERIÊNCIA COM FUNÇÃO DE SEGUNDO GRAU SOB A PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

1.1 INTRODUÇÃO

O experimento que será relatado, sobre o lançamento de um protótipo de foguete, visava trabalhar tanto o conceito de função afim quanto de função do segundo grau. Foi aplicado no PROMAT e para ser realizado, foi necessário partes de dois encontros. Por ser um dos conteúdos mais recorrentes, foi destinado um módulo do projeto com três encontros para as funções. Segundo as Diretrizes Curriculares da Educação Básica, o conteúdo de funções para o ensino fundamental engloba a função afim e função quadrática. Assim, foi estruturado o módulo com as noções gerais contidas no primeiro encontro, a função do primeiro grau no segundo encontro e a função do segundo grau no terceiro encontro. O experimento foi aplicado no final da segunda aula, com o objetivo de concluir a ideia de função afim e introduzir a de função quadrática.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Resolução de Problemas é apontada com um dos quatro caminhos para se fazer Matemática na sala de aula. Considerando os objetivos do projeto, foi natural a escolha dela como metodologia principal no desenvolvimento das aulas. O experimento também foi embasado nesta metodologia, se enquadrando como problema de aparato experimental.

O relato está estruturado com o tópico de funções, em que traremos brevemente a história e a justificativa de seu estudo, o tópico da resolução de problemas, em que será abordado algumas concepções e perspectivas, o tópico do experimento, em que descreveremos o processo e os resultados.

1.2 FUNÇÕES

Segundo o Dicionário Etimologócio (2019),

> Do latim functus, refere-se ao particípio passado do verbo fungor que, em português, significa interpretar, isto é, falar sobre aquilo que se conhece. Ação de cumprir um encargo. Defunctus é aquele que já não mais fala, cumpriu seu papel de vivo. A palavra functus foi usada em matemática no ano de 1697, nas cartas trocadas entre Gottfried Wilhelm Leibniz e Jean Bernoulli: Conmercium Philosophicum et Mathematicum Leibniz et Bernoulli, vol. I, 1745. Leonhard Euler, em 1734, na revista Comment Petropol. ad Annes, rotulou uma função por f (x) quando escreveu: “f (x) denote functionem quamcunque ipsus x”, isto é, “f(x) denota uma função para

> qualquer x.”.

Na Matemática, embora a palavra tenha aparecido no século XVIII, vale destacar que há registros da noção informal de função desde a antiguidade, segundo Zuffi (2001 apud MAGARINUS, 2013, p. 15) “na Grécia Antiga, a noção de função aparece em estudos ligados a fenômenos naturais, como por exemplo, entre os pitagóricos que estudavam a interdependência quantitativa de diferentes quantidades físicas.”.

Como a função tem grande importância, haja vista o seu potencial para a descrição e previsão de fenômenos, como aponta (FERREIRA, 2017, p. 20) “na antiguidade (...) cientistas e filósofos tentavam compreender a realidade e encontrar métodos e modelos que descrevessem fenômenos naturais.”.

Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio,

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL, 2006, p.121)

Sobre a função quadrática, ao que tudo indica, teve início com o estudo das equações quadráticas, segundo Boyer (1974 apud CANELLA, 2016, p.21)

> (...) os problemas que hoje seriam denominados por “equações quadráticas”(Boyer, p.23) [3], remontam nos tabletes de aproximadamente 4000 anos atrás. O estudo das funções quadráticas tem origem na resolução da equação do segundo grau.

Com o passar dos anos as investigações a respeito dessa categoria de equações receberam contribuições de vários matemáticos ao longo dos anos. Ainda,

> As equações quadráticas (...) passam pela inspiração geométrica de Euclides (séc.III a.C.) e pela inspiração aritmética de Diofanto (século III d.C.), passando por Brahmagupta (que aceitava zero como raiz, por exemplo), Al-Khwarizmi (que não incluía zero nem numero negativo como raiz), Bháskara (que continua a obra de Brahmagupta, por exemplo), dentre tantos outros. (BOYER, 1974 apud CANELLA, 2016, p. 21)

Todavia, vale ressaltar que embora os primórdios da equação quadráticas tem-se início na antiguidade, de acordo com Boyer (1974 apud CANELLA, 2016, p.21)

> (...) as equações quadráticas, não tinham esse desenvolvimento de notação algébrica como é hoje: ela passou da retórica (verbal), pela sincopada (abreviação das palavras, introduzida por Diofanto, usado inclusive por Brahmagupta, segundo Baumgart[2], p.32) até chegar à forma que usamos hoje: a simbólica, que segundo Guelli[11](p.39) foi com “... o jurista francês François Viète (1540-1603) que começaram a ser dados os primeiros passos para a criação da álgebra puramente simbólica”.

1.3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

> A resolução de problemas, estruturada como metodologia de ensino, concebe o problema como um componente estratégico no processo de construção do conhecimento. Eles são formulados com o intuito de auxiliar na elaboração de conceitos, anteriormente à exibição formal destes. Os problemas são relevantes não apenas para se aprender Matemática, mas, também, para tê-los como pontapé inicial a esse aprendizado. (CÂMARA, 2016, p. 17)

Nesta seção apresentaremos, de forma sucinta, algumas das concepções e/ ou perspectivas que permeiam a resolução de problemas. Isto posto, a questão inicial que se apresenta é: "O que é um problema?".

De acordo com Vergnaud (1986 apud DANTAS, 2010, p. 27) um problema é "qualquer situação em que é necessário descobrir relações, desenvolver actividades (sic) de exploração, hipótese e verificação, para produzir uma solução". Enquanto que para Boavida et al (2008 apud COSTA, 2015, p. 13) "tem-se um problema quando se está perante uma situação que não pode resolver-se utilizando processos conhecidos e estandardizados; quando é necessário encontrar um caminho para chegar à solução". Já, Vila e Callejo (1986 apud DANTAS, 2010, p. 27) definem problema como

> a situação que apresenta uma questão matemática cujo método de solução não é imediatamente acessível ao sujeito que tenta respondê-la porque não dispõe de um algoritmo que relacione aos dados e a incógnita ou os dados e a conclusão e deve, portanto, buscar, investigar, relacionar, implicar seus afetos, etc., para fazer frente a uma situação nova. (1986 apud DANTAS, 2010, p. 27)

Diante disso, notemos que essas três formas de conceituar um problema são distintas, porém percebamos que todas pressupõem uma atitude ativa por parte do resolvedor do problema/ aluno, na busca de uma solução para a situação que se apresenta a ele. Assim sendo, percebamos que estas definições de problemas estão em sintonia com a perspectiva de resolução de problemas proposta por Pozzo (1998 apud MACHADO, 2006, p. 30) na qual "a solução de problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. (p.9)."

É nessa visão do que seria um problema que enquadramos a atividade do foguete que descreveremos mais adiante neste texto.

Quando falamos em resolução de problemas, talvez tão importante quanto a classificação destes, é saber quais são as etapas que a constituem.

De acordo com Vale e Pimentel (2004 apud COSTA, 2015, p. 18)

> (...) existem vários modelos para resolver problemas e várias formas de ensinar a resolver problemas. A maior parte baseiam-se num modelo apresentado por Pólya na sua obra How to Solve It. Precisamente por ser um dos modelos com maior influência e continuar, ainda hoje, a ser uma referência na área da educação matemática, o modelo de Pólya tem sido o ponto de partida para o desenvolvimento de outros modelos (VALE & PIMENTEL, 2004 apud COSTA, 2015, p. 18)

O modelo conforme proposto por Polya (1995 apud MACHADO. 2006, p.33) consiste em quatro etapas: a compreensão do problema; a elaboração de um plano; a execução do plano e o retrospecto.

> Compreender um problema não significa apenas entender as palavras, a linguagem e os símbolos apresentados, mas é de fundamental importância assumir a busca de uma solução, ultrapassando dificuldades e obstáculos. Para superá-las, é necessário a elaboração de um plano, ou seja, estratégias que serão utilizadas para alcançar a meta final. Este plano deverá ser executado passo a passo e, finalmente, fazer um retrospecto, isto é, rever o caminho percorrido até a solução, pois é sempre possível aperfeiçoar a sua compreensão. (MACHADO, 2006, p. 33)

Por conseguinte, considerando as afirmações de que "o conceito de problema é muitas vezes confundido com o conceito de exercício." (COSTA, 2015, p. 14) e também, que "existem várias tipologias de classificação de problemas que diferem consoante os autores." (BOAVIDA et al., 2008 apud COSTA, 2015, p. 14) classificaremos a seguir alguns tipos de problemas.

Thomas Butts classifica os problemas do seguinte modo

> Exercícios de reconhecimento: Este tipo de exercício normalmente pede ao resolvedor para reconhecer ou recordar um fato específico, uma definição ou enunciado de um teorema.(...)
> Exercícios algorítmicos: (...) trata-se de exercícios que podem ser resolvidos com um procedimento passo-a-passo, frequentemente um algoritmo numérico.(...)
> Problemas de aplicação: Os problemas de aplicação envolvem algorítmicos aplicativos. Os problemas tradicionais recaem nesta categoria, exigindo em sua resolução: a) a formulação do problema simbolicamente e depois b) manipulação dos símbolos mediante algoritmos diversos.(...)
> Problemas de pesquisa aberta: São problemas de pesquisa aberta aqueles em cujo enunciado não há uma estratégia para resolvê-los. (...) Normalmente, tais problemas expressam-se por: "Prove que...", "Encontre todos...", ou "Para quais... é...".(...)
> Situações problema: Tipifica-se melhor essa categoria com a advertência de Henry Pollak: "Em vez de dizer aos alunos: 'Eis um problema; resolvam-no', diga-lhes 'Eis uma situação; pensem nela'". Portanto, neste subconjunto não estão incluídos problemas propriamente ditos, mas situações nas quais umas das etapas decisivas é identificar o(s) problema(s) inerente(s) à situação, cuja solução irá melhorá-la. (BUTTS, 1997, p. 33)

Além da classificação proposta por Butts, Costa (2015) apresenta as classificações sugeridas por outros autores:

> **Problemas de cálculo**
> Problemas que podem ser resolvidos recorrendo à aplicação de uma ou mais operações básicas da aritmética. No âmbito deste tipo de tarefas podem distinguir-se problemas de um passo ou mais passos (Boavida et al., 2008). Segundo Charles e Lester (referidos por Vale e Pimentel, 2004), problemas de um passo são os que se podem resolver "através da aplicação direta de uma das quatro operações básicas da aritmética" (p. 18) enquanto que problemas de dois ou mais passos requerem a "aplicação direta de duas ou mais (...) [destas] operações, respetivamente" (idem).(...)
> **Problemas de aplicação**
> Problemas que requerem a recolha de dados acerca da vida real e a tomada de decisões. Utilizam com frequência uma ou mais operações e uma ou mais estratégias de resolução.(...)
> **Problemas de processo**
> Problemas que "diferem dos de cálculo porque não podem ser resolvidos apenas por selecção da(s) operação(ões) apropriada(s) (Boavida et al., 2008, p. 19). Para os resolver há que recorrer, em geral, a estratégias gerais de resolução de problemas (frequentemente designadas por heurísticas), como descobrir um padrão, fazer um esquema ou desenho, reduzir a um problema mais simples ou formular e testar uma conjetura (Vale e Pimentel, 2004). (...)
> **Problemas tipo puzzle**
> Problemas cuja solução é encontrada ao olhar o problema sob diferentes pontos de vista. (Vale e Pimentel, 2004, citando Charles e Lester). (...)
> **Problemas de conteúdo**
> Problemas que requerem a utilização de conteúdos programáticos, conceitos, definições e técnicas matemáticas (Vale e Pimentel, 2004, citando GIRP). (...)
> **Problemas de aparato experimental**
> Problemas que requerem a utilização de métodos de investigação das ciências experimentais, através do qual o aluno deverá exercer funções de pesquisa. Permitem desenvolver determinadas capacidades, tais como a planificação, a organização e interpretação de dados, medições e contagens (Vale e Pimentel, 2004, referindo GIRP). (...)
> **Problemas abertos**
> Problemas que podem ter mais do que uma forma de resolução e mais do que uma solução correta, permitindo várias abordagens. Para chegarem à resposta, os alunos têm de recorrer à exploração e descoberta de regularidades e formular e testar conjeturas (Boavida et al, 2008). Os problemas abertos também são, por vezes, designados por investigações (Boavida et al., 2008, referindo Ponte). (COSTA, 2015, p. 15)

A luz de tais classificações, acreditamos que a atividade que executamos em sala de aula esteja alinhada com a categoria de "Problemas de aparato experimental".

1.4 O EXPERIMENTO

Planejamos realizar um experimento em que pudéssemos trabalhar tanto o conceito de função afim quanto de função do segundo grau. Dessa forma, decidimos trabalhar com o lançamento de um protótipo de foguete.

O protótipo foi confeccionado conforme as instruções em 13ª...(2019).

Figura 1: Protótipo de foguete

Além disso, desenvolvemos o seguinte roteiro para que os alunos seguissem:

Roteiro:

- Anotar os dados que acharem relevantes do lançamento do foguete.
- Repetir o lançamento e as anotações algumas outras vezes.
- Anotar o que foi possível perceber.
- Referente ao primeiro lançamento:
  (a) Obter a função que descreve a distância em relação ao tempo;
  (b) Estimar a altura máxima;
  (c) Obter a distância em que a altura é máxima;
  (d) Obter a função que descreve a altura em relação à distância.

Para o experimento organizamos algumas carteiras na lateral da sala. A partir da altura das carteiras fizemos demarcações na parede a cada 50 cm, utilizando fita adesiva colorida. Tais marcas seriam necessárias para a estimação da altura máxima alcançada pelo projetil.

Disponibilizamos cerca de uma hora para o desenvolvimento da atividade, no final da aula em que trabalhamos função afim. Entregamos o roteiro aos alunos e realizamos alguns lançamentos do protótipo até que a estrutura do ambiente não interferisse no experimento. Anotamos no quadro os dados obtidos: a distância euclidiana entre o ponto de lançamento e o de queda e o tempo de duração do lançamento. Ainda, estimamos com os alunos a altura máxima que o foguete atingiu.

Inicialmente os alunos ficaram empolgados com a atividade, pois era algo que até o momento não havíamos feito, no entanto, conforme tentavam desenvolver o que pedíamos no roteiro, foram desanimando por não conseguirem resolver de imediato. Além disso, a maioria dos discentes preferiu não realizar o lançamento novamente, apenas um grupo o fez.

Como forma de incentivo, passamos nas mesas fazendo algumas perguntas para que eles tentassem desenvolver ideias. Vários grupos se empenharam, realizaram esboços e tentaram explicar o que haviam pensado sobre o experimento. Alguns alunos perceberam que, aparentemente, o foguete atingia seu ponto máximo mais ou menos na metade do trajeto. Um dos alunos pensou em utilizar o ângulo em que o foguete foi lançado.

Os encorajamos a tentar desenvolver as ideias que surgiram na aula durante a semana, para que trouxessem na próxima aula para socialização e discussão dos resultados.

Para a aula seguinte, com os dados obtidos no lançamento em sala, desenvolvemos os cálculos para obter as funções solicitadas no roteiro, além de encontrar a distância do ponto de lançamento em que o projetil atingiu a altura máxima. Nosso objetivo era escutar o que os alunos teriam para comentar sobre os resultados do experimento e então expor os nossos. A partir dos cálculos, almejávamos apresentar formalmente os conceitos utilizados. Infelizmente, nessa aula poucos alunos que haviam participado do experimento compareceram. Assim, não conseguimos socializar as resoluções dos estudantes, mas de qualquer forma trabalhamos com os vídeos realizados durante o experimento, tendo em vista trazer sentido aos resultados que seriam apresentados.

Iniciando a análise da atividade, com os dados obtidos (tempo: $1,1s$ e distância: $6,5m$) e relembrando a definição de função afim, conseguimos obter a função da distância em relação ao tempo:

$$d(t) \cong 5,91t.$$

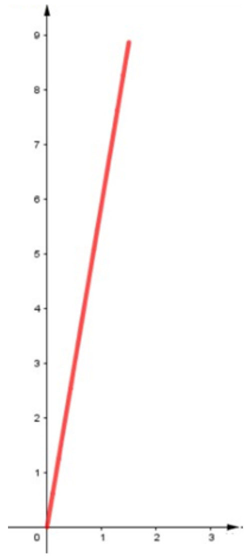


Figura 2: Gráfico da função da distância em relação ao tempo

Para obtermos a distância em que a altura foi máxima $(1,5m)$, uma das ideias que utilizamos foi analisar, através da filmagem, o tempo em que a altura foi máxima, e aplicar na função obtida anteriormente. Conseguimos estimar este tempo, utilizando o PowerPoint, como sendo de $0,55s$. E assim,

$$d(0,55) = 5,91 \cdot 0,55 = 3,25.$$

Antes de prosseguirmos com a correção, passamos uma atividade de reconhecimento de gráfico de funções de segundo grau apresentadas por problemas através da projeção, visando a interação de toda a turma. Apesar de apresentarem certa dificuldade inicialmente, todos participaram e nossos questionamentos os encaminharam para as respostas corretas.

Com o intuito de continuar com as resoluções do roteiro, passamos a definição "Uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se função quadrática, ou função polinomial do segundo grau, quando existem números reais a, b e c, com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$", visando resolver o item (d). Em seguida, analisamos o percurso do foguete, realizando o gráfico, e instigamos os estudantes a pensarem sobre que tipo seria a função que o descreve.

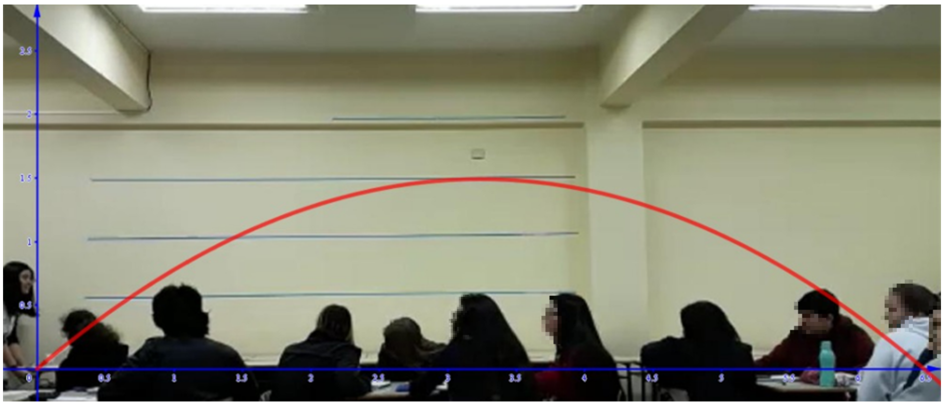


Figura 3: Gráfico da função da altura em relação à distância

Através do gráfico e dos dados já conhecidos,

Distância (m)	Altura (m)
0,00	0,00
3,25	1,50
6,50	0,00

Tabela 1: Dados

montamos e desenvolvemos um sistema utilizando a definição formal, obtendo assim os valores dos coeficientes e consequentemente a lei de formação da função que descreve a altura em relação à distância

$$h(d) = -0,142d^2 + 0,923d.$$

Como queríamos mostrar outras formas de obter tal função, revimos a definição de polinômios e o teorema que o trata da forma fatorada, isto é, em função de suas raízes. Antes de avançar, retomamos ao gráfico e à tabela com os dados, a fim de analisar em quais valores da distância tínhamos valores da altura iguais à zero. Assim, pudemos escrever

$$h(d) = a(d - 0,0)(d - 6,5)$$

e desenvolvendo-o, encontramos o valor do coeficiente do termo de maior grau. Utilizando outro ponto conhecido, obtivemos a função já citada.

Ainda com tal experimento, trabalhamos com o conceito das coordenadas do vértice de uma função quadrática. Aqui foi possível, além de encontrar os valores na função em questão, fazer com que os alunos percebessem que a coordenada x do vértice (x_v) está localizada entre as raízes e que é o ponto médio do segmento formado por elas, e que a imagem de x_v produz a coordenada y do vértice (y_v).

O experimento tinha um grande potencial como ferramenta de ensino e aprendizagem. Apesar disso e de termos conseguido abordar todos os conceitos planejados, não foi tão proveitoso quanto o esperado, devido ao fato da maioria dos alunos não ter participado da fase experimental.

1.5 CONCLUSÕES

Os alunos que participaram do experimento se mostraram muito interessados na atividade, por ser algo que normalmente não é feito em sala de aula. Mesmo os que estavam com dificuldades tentaram fazer o que era pedido. No entanto, percebemos que os estudantes ainda estavam muito dependentes de nossa ajuda, isto é, não estavam acostumados a tentar desenvolver ideias e respostas por conta própria, ser protagonistas de seu aprendizado.

Além disso, acreditamos que não foi proveitoso para os alunos a atividade dividida em dois encontros, por causa da falta de assiduidade dos discentes, uma vez que apenas três deles estavam presentes nos dois encontros, afetando a socialização e a correção, que ficaram desinteressantes para a maioria, levando a pouca participação.

Mesmo que nossa experiência não tenha apresentado os resultados esperados, julgamos a atividade realizada como uma forma válida de se trabalhar com funções afim e quadrática, visto que ela se baseia nas teorias apontadas neste relato, além de conseguir abranger todo o conteúdo que pretendíamos trabalhar.

Também, vale comentar sobre a utilização da Resolução de Problemas em várias de nossas aulas, em que tivemos maior participação por parte dos discentes do que naquelas em que não trabalhamos com tal metodologia.

1.6 REFERÊNCIAS

13ª Mostra Brasileira de Foguetes: Instruções para as construções dos foguetes. Instruções para as construções dos foguetes. 2019. Disponível em: http://www.oba.org.br/sisglob/sisglob_arquivos/ATIVIDADES%20PRATICAS%20DA%2013%20MOBFOG%20DE%202019.pdf. Acesso em: 05 maio 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. 2. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000a. p. 142.

BRASIL, Secretaria da educação Básica. Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, MEC, 2006.

BUTTS, Thomas. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E.. A resolução de problemas na matemática escolar. São Paulo: Atual, 1997. p. 32-48. Tradução de: Hygino H. Domingues; Olga Corbo.

CÂMARA, Rivelino de Souza. Resolução de problemas: Uma proposta metodológica. 2016. 98 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016. Disponível em: http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/22129/1/2016_dis_rscamara.pdf. Acesso em: 27 jun. 2019.

CANELLA, Cristiane Moura da Silva Bronsato. Funções quadráticas e suas aplicações no primeiro ano do ensino médio. 2016. 168 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2016. Disponível em: https://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/2200/1/cristianemouradasilvabronsatocanella.pdf. Acesso em: 28 jun. 2019.

COSTA, Ana Cristina Caixeirinho da. A resolução de problemas matemáticos no 4.º ano de escolaridade em contexto de trabalho de grupo. 2015. 130 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Instituto Politécnico de Setúbal Escola Superior, Setúbal, 2015. Disponível em: https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/8586/1/A\%20RESOLUC\%cc\%a7A\%cc\%83O\%20DE\%20PROBLEMAS\%20MATEMA. Acesso em: 28 jun. 2019.

DANTAS, Jesica Barbosa. A ARGUMENTAÇÃO MATEMÁTICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESTRUTURA ADITIVA COM ALUNOS DE EJA. 2010. 144 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/4872/1/arquivo8497_1.pdf. Acesso em: 28 jun. 2019.

DICIONÁRIO Etimológico Etimologia e Origem das Palavras. Disponível em: https://www.dicionarioetimologico.com.br/funcao/. Acesso em: 28 jun. 2019.

FERREIRA, Raul Maroja. Proposta de aplicação no ensino de funções na educação básica. 2017. 70 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade de Brasília, Brasília, 2017. Disponível em: http://repositorio.unb.br/bitstream/10482/30995/1/2017_RaulMarojaFerreira.pdf. Acesso em: 28 jun. 2019.

MACHADO, Elisa Spode. Modelagem matemática e resolução de problemas. 2006. 141 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006. Disponível em: http://repositorio.pucrs.br/dspace/handle/10923/2950. Acesso em: 28 jun. 2019.

MAGARINUS, Renata. Uma proposta para o ensino de funções através da utilização de objetos de aprendizagem. 2013. 100 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013. Disponível em: https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/10933/MAGARINUS\%2C\%20RENATA.pdf?sequence=1\&isAllowed=y. Acesso em: 28 jun. 2019.

PARANÁ. Diretrizes curriculares da educação básica: Matemática. 2008. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/diretrizes/dce_mat.pdf. Acesso em: 01 abr. 2019.

2 PROMAT

2.1 MÓDULO 1: FRAÇÕES, DECIMAIS, PORCENTAGENS, RAZÃO, PROPORÇÃO, EQUAÇÕES E POLINÔMIOS

2.1.1 PLANO DE AULA - 1º ENCONTRO - 13/04/2019

Público-alvo: Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução: Um encontro com duração de 4 horas-aula.

Objetivo geral: Preparar o aluno para lidar com questões de ENEM e vestibulares, desenvolver habilidades de interpretação e tratamento de dados e reconhecer os conteúdos matemáticos em seu cotidiano.

Objetivos específicos: Ao se trabalhar com frações, números decimais e porcentagem, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Reconhecer as representações dos números racionais;
- Realizar operações;
- Posicionar os números na reta real;
- Trabalhar com equivalência.

Conteúdo: Fração, decimal e porcentagem.

Recursos didáticos: Material impresso, cartões com problemas, quadro, giz, folhas sulfites e quadriculadas, lápis e canetas, réguas, barbante, grampos.

Dinâmica de apresentação: Para as apresentações, a sala será organizada com as cadeiras em formato de meia lua com o intuito de que todos possam conhecer seus colegas. Incialmente os estagiários apresentar-se-ão dizendo nome, ano do curso e idade. Na sequência, algumas informações serão passadas, como a do término do primeiro semestre do PROMAT, formação do grupo de WhatsApp e referente a necessidade de assinar a lista na saída com o horário caso precisarem sair antes do término da aula. Em seguida, os alunos apresentar-se-ão dizendo nome, idade, cidade e o curso que pretendem ingressar ao terminar o ensino médio.

Encaminhamento metodológico:

1. Iniciaremos nos apresentando e passando as orientações iniciais. Na sequência, será solicitado a cada discente que se apresente dizendo seu nome, idade, cidade onde mora e curso que pretende ingressar. (27 min.)

2. Logo após, entregaremos aos alunos um cartão, iniciando a avaliação diagnóstica, que indica qual será o seu local de estudo no decorrer da aula e formando os grupos com no máximo quatro estudantes. Cada mesa possuirá um cartão com determinado conteúdo que se relaciona com quatro elementos. (3 min.)

3. Em seguida, serão distribuídos aos grupos dez cartões, ora com problemas a serem resolvidos, ora com respostas para serem elaboradas as questões. Instruiremos os alunos a anotarem todo o processo desenvolvido para chegar aos resultados. Após a produção dos grupos, solicitaremos que comentem sobre pontos relevantes notados durante a resolução. (45 min.)

4. Na sequência, faremos uma dinâmica nomeada "Dinâmica do Varal Ordenado". Estará colocado em um local da sala de aula, um varal de barbante com apenas o número zero posicionado ao centro. Pediremos para que os alunos peguem o primeiro cartão dado a eles, no início da aula, que contém no verso uma fração, e que localizem o seu número no varal. Em seguida, serão instruídos a transformarem as frações em números decimais. (15 min.)

5. Após a atividade, conceituaremos:

   - Dois números inteiros a e b com $b \neq 0$ escritos na forma $\frac{a}{b}$ formam uma fração. Em que a é dito numerador e b é o denominador.
   - Frações em que o numerador é menor que o denominador são ditas frações próprias.
   - Frações em que o numerador é maior ou igual ao denominador são ditas frações impróprias.
   - Frações aparentes são aquelas em que o numerador é múltiplo do denominador, ou seja, são frações que representam números naturais.
   - Fração mista é um número misto que é formado por um número inteiro e uma fração.
   - As porcentagens correspondem a frações de denominador 100, ou equivalentes a elas.

   utilizando como exemplos os números tratados na atividade do varal. (10 min.)

6. Intervalo.

7. Seguiremos, então, entregando a lista composta com problemas e solicitaremos que os grupos comecem a resolver os exercícios 1, 2, 3 e 4. Na sequência será feita a socialização das resoluções. (35 min.)

8. Depois, falaremos sobre os tipos de operações com frações, retomando os problemas resolvidos pelos alunos. (15 min.)

9. Em seguida pediremos para que eles continuem com as resoluções dos problemas, 5, 6, 7, 8 e 9, e finalizaremos com a socialização das respostas. (40 min.)

Avaliação: Serão utilizados dois processos de avaliação.

Primeiramente, a avaliação diagnóstica, que é relacionada aos conteúdos que serão abordados no projeto e tem como propósito averiguar o conhecimento adquirido até o momento e sua consistência. Esta primeira avaliação será realizada através de uma dinâmica composta por cartões com perguntas e respostas, produções textuais e discussões coordenadas pelos estagiários, deste modo possibilitando a coleta de dados para análise e planejamento das próximas aulas.

A segunda avaliação será referente aos conteúdos que serão trabalhados após a avaliação diagnóstica. Será avaliado a participação durante as atividades e a demonstração de compreensão referente ao conteúdo.

Materiais para aula

Questões dos cartões da avaliação diagnóstica:

1. (UECE 2009 - Adaptado) Uma peça de tecido, após a lavagem, perdeu $\frac{1}{10}$ de seu comprimento e ficou medindo 36 metros. Nessas condições, qual o comprimento, em metros, da peça antes da lavagem?

2. (PUC 2005) Somando-se o número x a cada um dos termos da fração $\frac{4}{7}$, obtém-se 0,75. Pode-se afirmar que o valor de x é:

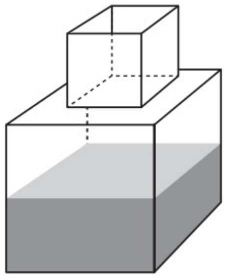
   (a) um número par.

   (b) um múltiplo de 10.

   (c) um número primo.

   (d) um divisor de 16.

3. (Enem 2014) Um fazendeiro tem um depósito para armazenar leite formado por duas partes cúbicas que se comunicam, como indicado na figura.



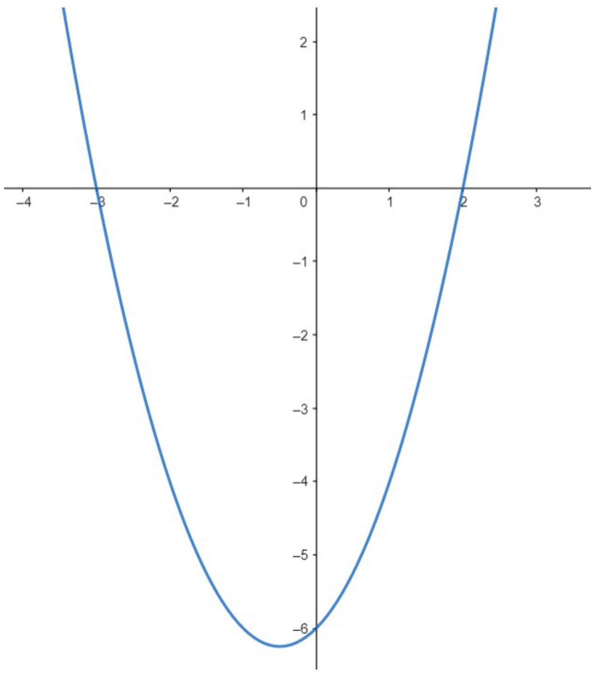
A aresta da parte cúbica de baixo tem medida igual ao dobro da medida da aresta da parte cúbica de cima. A torneira utilizada para encher o depósito tem vazão constante e levou 8 minutos para encher metade da parte de baixo. Quantos minutos essa torneira levará para encher completamente o restante do depósito?

4. (DANTE 2012 – Adaptado) O filme Avatar arrecadou mundialmente 2.782.275.172 dólares, e o valor gasto com produção e publicidade desse filme foi cerca de 400.000.000 dólares, quantos dólares o filme arrecadou para cada dólar gasto?

5. Conjunto de pontos do espaço cuja distância ao centro é menor ou igual ao raio.

6. $f(x) = 5,4x + 7,2$

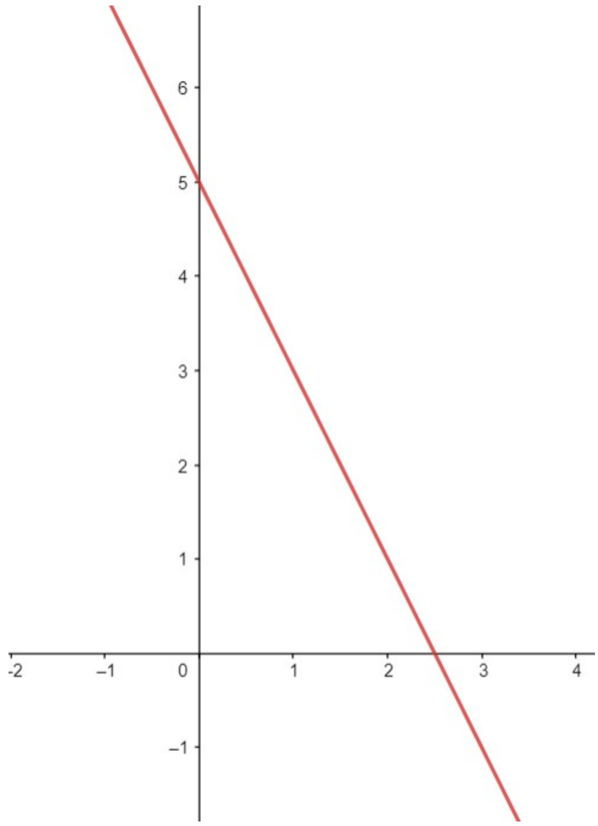
7. Determine a função.



8. (LEONARDO 2013) Um marceneiro vende alguns modelos de armário para cozinha ao preço de R$ 450,00 a unidade. Ele gasta com matéria-prima um valor fixo mensal de R$ 2.250,00, além de R$ 75,00 de mão de obra por armário produzido. Escreva a expressão que relaciona o valor das vendas com o número de armários vendidos.

9. Ângulo.

10. Determine a função.



Problemas para aula:

1. (ETEC/SP 2009) Tradicionalmente, os paulistas costumam comer pizza nos finais de semana. A família de João, composta por ele, sua esposa e seus filhos, comprou uma pizza tamanho gigante cortada em 20 pedaços iguais. Sabe-se que João comeu $\frac{3}{12}$ e sua esposa comeu $\frac{2}{5}$ e sobraram N pedaços para seus filhos. O valor de N é?

2. (UFMG 2009 - Adaptado) Paula comprou dois potes de sorvete, ambos com a mesma quantidade do produto. Um dos potes continha quantidades iguais dos sabores chocolate, creme e morango; e o outro, quantidades iguais dos sabores chocolate e baunilha. Nessa compra, qual a fração correspondente à quantidade de sorvete do sabor chocolate?

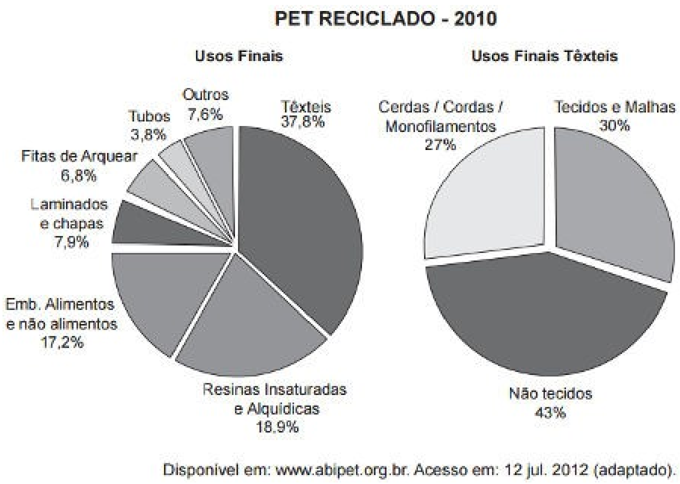
3. Uma poncheira tinha $2\frac{1}{2}$ litros de suco. Luiz bebeu $\frac{1}{3}$ do suco da poncheira. Quantos litros de suco Luiz bebeu?

4. (OBMEP 2018 – Adaptado) Ana, Bia, Cátia, Diana e Elaine trabalham como ambulantes vendendo sanduíches. Diariamente, elas passam na lanchonete do Sr. Manoel e

pegam a mesma quantidade de sanduíches para vender. Um certo dia, Sr. Manoel estava doente e deixou um bilhete avisando o motivo pelo qual não estava lá, mas pedindo que cada uma pegasse $\frac{1}{5}$ dos sanduíches. Ana passou primeiro, seguiu as instruções do bilhete e saiu para vender seus sanduíches. Bia, passou em seguida, mas pensou que era a primeira a passar, pegando $\frac{1}{5}$ do que havia e saiu. Cátia, Diana e Elaine chegaram juntas e dividiram igualmente a quantidade que havia, já que Cátia sabia que Ana e Bia haviam passado antes. Que fração do total de sanduíches coube a Bia? Quem ficou com a menor quantidade de sanduíches? Quem ficou com a maior quantidade?

5. (UERJ 2015) O cartão pré-pago de um usuário do metrô tem R$ 8,90 de crédito. Para uma viagem, foi debitado desse cartão o valor de R$ 3,25, correspondente a uma passagem. Em seguida, o usuário creditou mais R$ 20,00 nesse mesmo cartão. Admitindo que o preço da passagem continue o mesmo, e que não será realizado mais crédito algum, determine o número máximo de passagens que ainda podem ser debitadas desse cartão.

6. (ENEM 2015) O polímero de PET (Politereftalato de Etileno) é um dos plásticos mais reciclados em todo o mundo devido à sua extensa gama de aplicações, entre elas, fibras têxteis, tapetes, embalagens, filmes e cordas. Os gráficos mostram o destino do PET reciclado no Brasil, sendo que, no ano de 2010, o total de PET reciclado foi de 282 kton (quilotoneladas).



De acordo com os gráficos, qual a quantidade de embalagens PET recicladas destinadas à produção de tecidos e malhas, em kton?

7. (DANTE 2016) Uma pessoa vai fazer uma compra no valor de R$ 1.800,00, usando o dinheiro que está aplicado em um fundo de investimento que rende 1% ao mês. Ela quer saber, do ponto de vista financeiro, qual destes planos de pagamento é mais vantajoso:

- pagar à vista

ou

- pagar em duas prestações iguais de R$ 903,00, uma delas como entrada e a segunda depois de um mês?

8. (DANTE 2012) Quando se compra um produto numa loja ou em um supermercado, parte do valor pago corresponde aos impostos que incidem sobre aquele produto. Muitas vezes, esses impostos chegam a comprometer mais de 40% do preço final de determinado produto.

Produto	Porcentagem de impostos embutidos no preço
Apontador	43 %
Borracha	43 %
Caderno universitário	35 %
Caneta	47 %
Cola	43 %
Estojo para lápis	40 %
Lápis	35 %
Mochila	40 %
Papel sulfite	38 %
Pincel	36 %
Régua	45 %
Tinta guache	36 %

Produto	Porcentagem de impostos embutidos no preço
Caderno universitário	R$ 9,90
Caneta	R$ 0,80
Lápis	R$ 0,60
Apontador	R$ 3,20
Borracha	R$ 2,60

Observe na primeira tabela alguns produtos que compõem a lista de material escolar e os respectivos percentuais pagos em impostos, em média, em fevereiro de 2011. A segunda tabela apresenta os preços de uma papelaria.

Dona Maria foi a essa papelaria com a seguinte lista de materiais escolar 5 cadernos universitários, 3 canetas, 2 lápis, um apontador e uma borracha.

(a) Qual quantia do valor total da compra foi paga em impostos?

(b) A que porcentagem do valor total da compra corresponde esse valor, aproximadamente?

9. (DANTE 2012 – Adaptado) Dona Maria de Lourdes trabalha em uma escola como auxiliar de serviços gerais. Sua função é essencial para o bom funcionamento e a limpeza da escola. Veja a seguir o recibo de pagamento da dona Maria de Lourdes. Observe que os valores dos descontos não aparecem no recibo de pagamento. Leia as informações a seguir, referentes ao recibo de pagamento de salário de dona Maria.

Empregador
SERVIÇOS GERAIS LTDA – CNPJ 101.212.642/0001-22

Nome do funcionário	Função - Cargo
MARIA DE LOURDES DA SILVA	AUXILIAR DE SERVIÇOS GERAIS

Cod	Descrição	Ref.	Vencimentos	Descontos
1	SALÁRIO BRUTO – MAIO/2012	110	R$ 720,00	
2	INSS - 8%	206		
3	VALE-TRANSPORTE - 6%	212		
4	REFEIÇÃO – 20% DO VALOR DO VALE-REFEIÇÃO	212		

Observações	Total de venc.	Total de desc.

S. Base	S. cont INSS	Base FGTS	FGTS do mês	IRF	Valor Líquido $\Longrightarrow$
R$ 720,00	R$ 720,00	R$ 720,00	R$ 57,60	00	

Declaro ter recebido a importância descrita nesta recebido

___/___/___ Ass. ______________________________

Vencimentos:

- Salário bruto (sem descontos) de R$ 720,00.

Benefícios (descontados do salário, conforme porcentagens indicadas no recibo):

- Vale-transporte de R$ 107,80 referentes a 22 dias úteis (2 passagens de R$ 2,45 por dia);
- Vale-refeição de R$ 264,00 referentes a 22 dias úteis (R$ 12,00 por dia útil).

Descontos:

- INSS: - 8% do salário bruto;
- Vale-transporte: - 6% do salário bruto;
- Vale-refeição: - 20% do valor recebido como benefício.

Após analisar o recibo de pagamento de dona Maria de Lourdes e as informações descritas acima, responda: Qual é o valor do salário líquido (diferença entre o total de vencimentos e o total de descontos) do recibo de dona Maria de Lourdes?

Referências

BLOGDOENEM. Disponível em: https://blogdoenem.com.br/fracoes-simulado-enemmatematica/. Acesso em: 27 mar. 2019.

BRASILESCOLA. Disponível em: https://vestibular.brasilescola.uol.com.br/enem/operacoes-com-fracoes-no-enem.htm. Acesso em: 27 mar. 2019.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: Matemática.** São Paulo: Ática, 2012.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações: ensino médio.** 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e realidade: 6º ano.** 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2014/CAD_ENEM_2014_DIA_2_05_AMARELO.pdf. Acesso em: 28 mar. 2019.

JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo. **Matemática na medida certa: 5ª série.** 2. ed. São Paulo: Scipione, 1995.

LEONARDO, Fabio Martins de. **Conexões com a matemática.** 2 ed. São Paulo: Moderna, 2013.

OBMEP. Disponível em: http://www.obmep.org.br/bq/bq2018.pdf. Acesso em: 27 mar. 2019.

SÓ Exercícios. Disponível em: https://soexercicios.com.br/plataforma/questoesSemelhantes/30695/ENEM/-divisaode-numeros-decimais-rec-#login. Acesso em: 27 mar. 2019.

SÓ MATEMÁTICA. Disponível em: https://www.somatematica.com.br/jogos/oque/jogo.php. Acesso em: 27 mar. 2019.

TODAMATÉRIA. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/exercicios-defracoes/. Acesso em: 27 mar. 2019.

2.1.2 RELATO DO 1º ENCONTRO - 13/04/2019

Iniciamos com os preparativos da sala. Ambiente pequeno, com capacidade inferior à quantidade de alunos esperada. Organizamos as carteiras duas a duas, para a formação dos grupos da primeira atividade, e as cadeiras em formato de meia lua com algumas dispersas pela sala, devido à falta de espaço. O encontro contou com a presença de 50 estudantes, sendo 13 meninos e 37 meninas.

Após o início da aula, às 8h01, nos apresentamos e passamos as informações importantes como a necessidade de assinar a lista com horário quando precisarem sair antes e a criação do grupo de *WhatsApp* para envio de comunicados com relação ao PROMAT. Na sequência, pedimos para que os alunos dissessem nome, idade, cidade e curso que pretendiam cursar.

Logo após, entregamos um cartão que iniciava a avaliação diagnóstica. Nele havia um elemento que indicava em qual grupo o aluno deveria estar. Assim que todos os alunos já estavam acomodados em seus lugares, entregamos os dez problemas da avaliação e solicitamos que registrassem suas resoluções em uma folha para nos entregar depois. Instruímos os alunos a não utilizarem meios eletrônicos nos cálculos, uma vez que, nos vestibulares não é possível a utilização destes, no entanto muitos utilizaram.

Dos dez problemas propostos, apenas alguns grupos resolveram mais de quatro, sendo que desses, o limitante superior foi oito. Ainda assim, poucos conseguiram obter respostas corretas, sendo 3 o número máximo de acerto. Percebemos muita dificuldade tanto na interpretação dos problemas quanto nas operações necessárias nas resoluções. Também, devido ao fato deles utilizarem o celular durante a aula, suspeitamos que certas respostas produzidas nas questões mais abertas, em que o objetivo era elaborar uma pergunta e/ou problema que resultasse tal informação, foram pesquisadas na internet, como para o cartão que continha a palavra ângulo, de acordo com as próximas imagens.

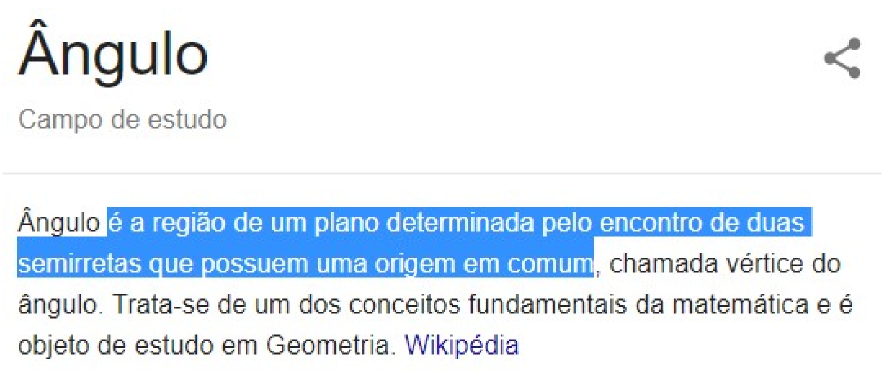


Figura 4: Pesquisa da palavra ângulo na internet com grifo nosso

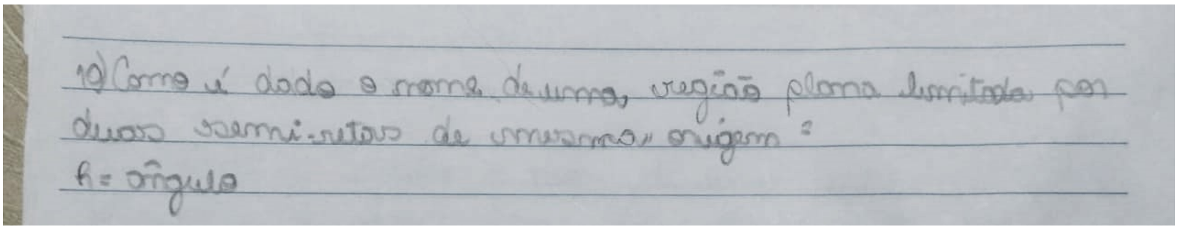


Figura 5: Produção dos alunos

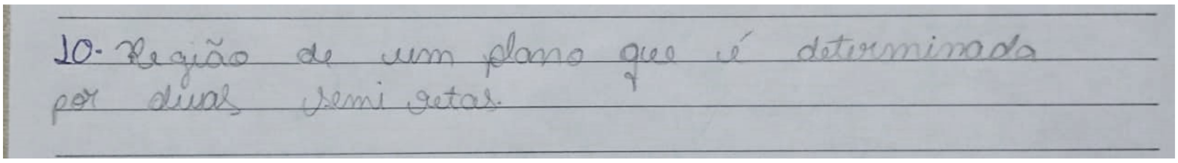


Figura 6: Produção dos alunos

Porém, para o mesmo cartão, notamos elaborações mais criativas, conforme imagens abaixo.

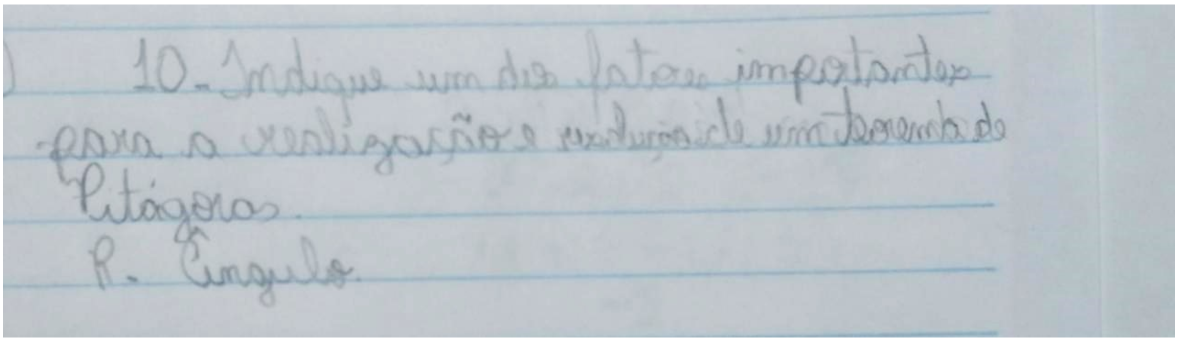


Figura 7: Produção dos alunos

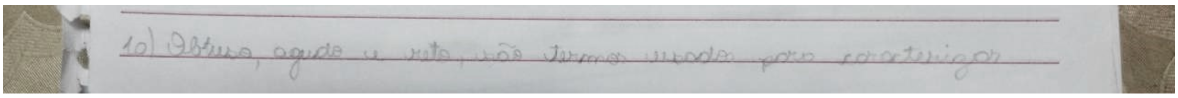


Figura 8: Produção dos alunos

Após o tempo estipulado para a avaliação, iniciamos a "Dinâmica do Varal Ordenado", que consistia em colocar as frações do verso do cartão inicial em ordem crescente no varal posicionado na frente da sala. Nessa atividade, novamente o tamanho da sala atrapalhou, pois houve um certo tumulto próximo ao local do varal, atrapalhando nossa circulação por essa região e consequentemente nossa mediação. Além disso, nesse período, chegou à sala, uma pessoa procurando alguns objetos que haviam ficado lá, comprometendo a atenção de alguns de nós com relação a dinâmica, dificultando a análise dos resultados. Percebemos, ao analisar o varal posteriormente a aula e as fotos retiradas durante tal período, que, em relação aos números menores que zero, não houve tantos erros quanto o esperado se comparado aos erros cometidos na parte positiva do varal.

Em seguida, questionamos os alunos com relação aos diferentes tipos de fração presentes no varal, em resposta, apenas uma aluna comentou sobre um deles, a fração mista. Definimos no quadro o que era fração, fração aparente, própria, imprópria e mista, e a cada definição pedimos aos alunos que nos dessem exemplos, utilizando também algumas frações da atividade anterior.

Os alunos foram liberados para o intervalo às 9h40 e retornaram por volta das 10h. Após o intervalo, entregamos a lista de problemas e pedimos para que resolvessem os quatro primeiros. Percebemos, durante esse período, que vários grupos apresentaram, novamente, dificuldade na interpretação e nas operações presentes nos problemas, uma vez que, foi preciso auxiliá-los em vários momentos.

Passado o tempo estipulado para os problemas, iniciamos a apresentação de possíveis métodos de resolução desses no quadro, e neste momento alguns alunos comentaram sobre outras estratégias, dentre elas o uso da porcentagem, e com isto aproveitamos a oportunidade para definir verbalmente este conceito.

Como a maioria dos grupos não havia começado a resolver o quarto problema, desta forma, foi necessário alterar o nosso plano de aula a fim de disponibilizar mais tempo para que pudessem tentar solucionar a questão. No entanto, já que se aproximava o término da aula, logo levamos a questão ao quadro para expor uma das formas de solução.

Ao final da explicação, a professora Arleni Elise Sella Langer, interrompeu a aula para agradecer a presença dos estudantes e incentivá-los a continuar frequentando o projeto, com isto entregamos bombons aos discentes, devido ao início do projeto e proximidade da Páscoa, e encerramos a aula às 11h34.

Não conseguimos trabalhar com todos os problemas que planejamos para esta aula, entretanto, recomendamos para que eles tentassem resolver os demais em casa, e caso encontrassem dificuldades ou dúvidas que nos procurassem através do grupo. Acreditamos ter conseguido desenvolver a essência de um dos conteúdos, fração, e como os demais, decimais e porcentagem, são derivados do primeiro, pensamos que ao entender bem esse conceito será mais fácil compreender os outros.

2.1.3 PLANO DE AULA - 2º ENCONTRO - 27/04/2019

Público-alvo: Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução: Um encontro com duração de 4 horas-aula.

Objetivo geral: Preparar o aluno para lidar com questões de ENEM e vestibulares, desenvolver habilidades de interpretação e tratamento de dados e reconhecer os conteúdos matemáticos em seu cotidiano.

Objetivos específicos: Ao se trabalhar com razão e proporção, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Reconhecer razões em contextos gerais;
- Conhecer algumas das razões mais comuns;
- Reconhecer proporções;
- Efetuar divisões proporcionais.

Conteúdo: Razão e proporção.

Recursos didáticos: Material impresso, quadro, giz, folhas sulfites e quadriculadas, lápis e canetas, projetor, régua, trena.

Encaminhamento metodológico:

1. Anteriormente ao início das aulas deixaremos as carteiras organizadas de modo que os alunos sentem em grupos de 4 integrantes.
2. Retomaremos os conteúdos da aula anterior por meio do Geogebra. (15 min.)
3. Daremos continuidade a aula perguntando "O que é razão e proporção?"(10 min.)
4. Na sequência entregaremos a lista de problemas e indicaremos que realizem os problemas 1 e 2. (10 min.)
5. Em seguida, conceituaremos:
   - A razão entre dois números racionais a e b com $b \neq 0$, é o quociente de a:b, que pode ser indicado por $\frac{a}{b}$ ou qualquer outra forma equivalente.
   - A densidade demográfica de uma região é a razão entre o número de habitantes e sua área. (10 min.)

6. Logo após, pediremos para que resolvam os problemas 3, 4 e 5. (25 min.)

7. Depois da resolução, aplicaremos uma atividade utilizando o projetor. Nela será apresentado uma figura e sua medida e os discentes terão de descobrir como representá-la em uma folha com proporcionalidade. (10 min.)

8. Conceituaremos então escala.

    - A escala é a razão entre uma medida de comprimento no desenho e a medida de comprimento correspondente na realidade. (10 min.)

9. Serão entregues mapas de Cascavel para aqueles que moram nesta cidade, e mapas da região de Cascavel para quem mora em alguma cidade próxima. Isto posto, será instruído aos discentes que verifiquem a distância aproximada de sua casa até a UNIOESTE. Além disso, será também solicitado para que escrevam no papel o tempo (aproximado) que levaram para chegar à UNIOESTE, para então dividirem a distância obtida com o mapa pelo tempo. (10 min.)

10. Intervalo.

11. Em seguida, conceituaremos a velocidade média.

    - Velocidade média é a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto.

    Isto posto, entregaremos três mapas, em escala diferentes, da cidade de Cascavel, nos quais estarão destacados a localização da Catedral e da UNIOESTE. E então, solicitaremos para que obtenham a distância real aproximada entre esses pontos e comparem os resultados obtidos em cada escala. (32 min.)

12. A seguir conceituaremos:

    - Se a razão entre os números a e b é igual a razão entre os números c e d, dizemos que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ é uma proporção.
    - Os números racionais a, b e c são diretamente proporcionais aos números x, y e z, quando se tem $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$. (8 min.)

13. Feitas tais conceitualizações instruiremos os alunos a resolverem os exercícios 6 e 7. (25 min.)

14. Logo após, trabalharemos sobre o conceito de divisão proporcional partindo dos exercícios 8 e 9. (25 min.)

15. Em seguida, pediremos para que os alunos resolvam os exercícios 10 e 11. (10 min.)

Avaliação: Será avaliado a participação durante as atividades e a demonstração de compreensão referente ao conteúdo.

Materiais para aula

Problemas para aula:

1. (IFRR - Adaptado) Em Roraima, na disputa por uma vaga no senado, um candidato fez uma reunião política em uma avenida de 1,2 km de extensão e 32 m de largura que ficou completamente lotada. Considerando-se que 4 pessoas ocupam um metro quadrado, qual o número de pessoas presentes nesta reunião?

2. (ENEM 2014 - Adaptado) Boliche é um jogo em que se arremessa uma bola sobre uma pista para atingir dez pinos, dispostos em uma formação de base triangular, buscando derrubar o maior número de pinos. A razão entre o total de vezes em que o jogador derruba todos os pinos e o número de jogadas determina seu desempenho. Em uma disputa entre cinco jogadores, foram obtidos os seguintes resultados:

   Jogador I: Derrubou todos os pinos 50 vezes em 85 jogadas.

   Jogador II: Derrubou todos os pinos 40 vezes em 65 jogadas.

   Jogador III: Derrubou todos os pinos 20 vezes em 65 jogadas.

   Jogador IV: Derrubou todos os pinos 30 vezes em 40 jogadas.

   Jogador V: Derrubou todos os pinos 48 vezes em 90 jogadas.

3. (ENEM 2010 - Adaptado) No monte de Cerro Armazones, no deserto de Atacama, no Chile, ficará o maior telescópio da superfície terrestre, o Telescópio Europeu Extremamente Grande (E-ELT). O E-ELT terá um espelho primário de 42 m de diâmetro, "o maior olho do mundo voltado para o céu". Ao ler esse texto em uma sala de aula, uma professora fez uma suposição de que o diâmetro do olho humano mede aproximadamente 2,1 cm. Qual a razão entre o diâmetro aproximado do olho humano, suposto pela professora, e o diâmetro do espelho primário do telescópio citado?

4. (ENEM 2016 - Adaptado) Cinco marcas de pão integral apresentam as seguintes concentrações de fibras (massa de fibra por massa de pão):

   Marca A: 2 g de fibras a cada 50 g de pão;

   Marca B: 5 g de fibras a cada 40 g de pão;

   Marca C: 5 g de fibras a cada 100 g de pão;

   Marca D: 6 g de fibras a cada 90 g de pão;

   Marca E: 7 g de fibras a cada 70 g de pão.

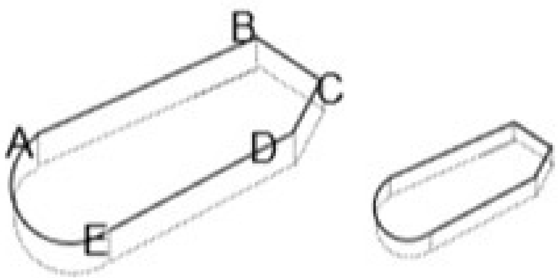
Recomenda-se a ingestão do pão que possui a maior concentração de fibras. Qual a melhor marca?

5. (OBMEP) Maria viajou de Quixajuba e Pirajuba, fazendo uma parada quando tinha percorrido exatamente um terço do caminho. O rendimento de seu carro foi de 12 km por litro de combustível antes da parada e de 16 km por litro no restante do trajeto. Qual foi o rendimento do carro na viagem completa?

   (a) 13,3 km/L
   (b) 14 km/L
   (c) 14,4 km/L
   (d) 14,7 km/L
   (e) 15 km/L

6. (ENEM 2016) Em uma empresa de móveis, um cliente encomenda um guardaroupa nas dimensões 220 cm de altura, 120 cm de largura e 50 cm de profundidade. Alguns dias depois, o projetista, com o desenho elaborado na escala 1:8, entra em contato com o cliente para fazer sua apresentação. No momento da impressão, o profissional percebe que o desenho não caberia na folha de papel que costumava usar. Para resolver o problema, configurou a impressora para que a figura fosse reduzida em 20%. A altura, a largura e a profundidade do desenho impresso para a apresentação serão quais?

7. (ENEM 2009) Certo hotel tem duas piscinas, sendo uma com 1,20 m de profundidade, e uma infantil com profundidade de 40 cm. Os formatos das duas são idênticos e dados na figura seguinte. A borda AB mede o triplo da borda correspondente na piscina menor.



   O fundo da piscina maior tem o formato da figura ABCDE e o fundo da piscina menor é uma figura semelhante a essa figura ABCDE. Então a capacidade da piscina maior é:

   (a) 1,2 vezes a capacidade da piscina menor.
   (b) 3 vezes a capacidade da piscina menor.
   (c) 3,6 vezes a capacidade da piscina menor.

(d) 9 vezes a capacidade da piscina menor.

(e) 27 vezes a capacidade da piscina menor.

8. (ENEM 2013) Para se construir um contrapiso, é comum, na constituição do concreto, se utilizar cimento, areia e brita, na seguinte proporção: 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para construir o contrapiso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com 14 m^3 de concreto. Qual é o volume de cimento, em m^3, na carga de concreto trazido pela betoneira?

9. (ENEM 2012) José, Carlos e Paulo devem transportar em suas bicicletas uma certa quantidade de laranjas. Decidiram dividir o trajeto a ser percorrido em duas partes, sendo que ao final da primeira parte eles redistribuiriam a quantidade de laranjas que cada um carregava dependendo do cansaço de cada um. Na primeira parte do trajeto José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 6:5:4, respectivamente. Na segunda parte do trajeto José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 4:4:2, respectivamente. Sabendo-se que um deles levou 50 laranjas a mais no segundo trajeto, qual a quantidade de laranjas que José, Carlos e Paulo, nessa ordem, transportaram na segunda parte do trajeto?

   (a) 600, 550, 350

   (b) 300, 300, 150

   (c) 300, 250, 200

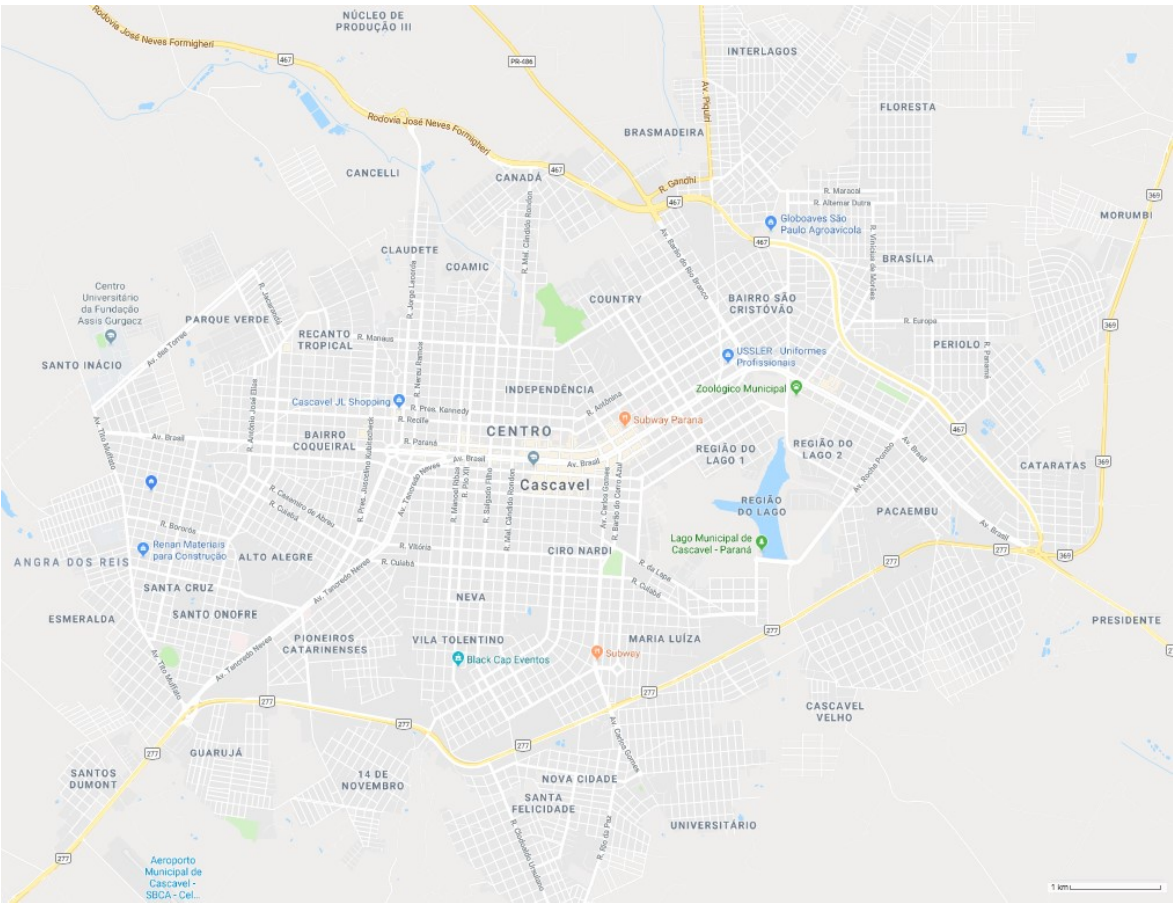
   (d) 200, 200, 100

   (e) 100, 100, 50

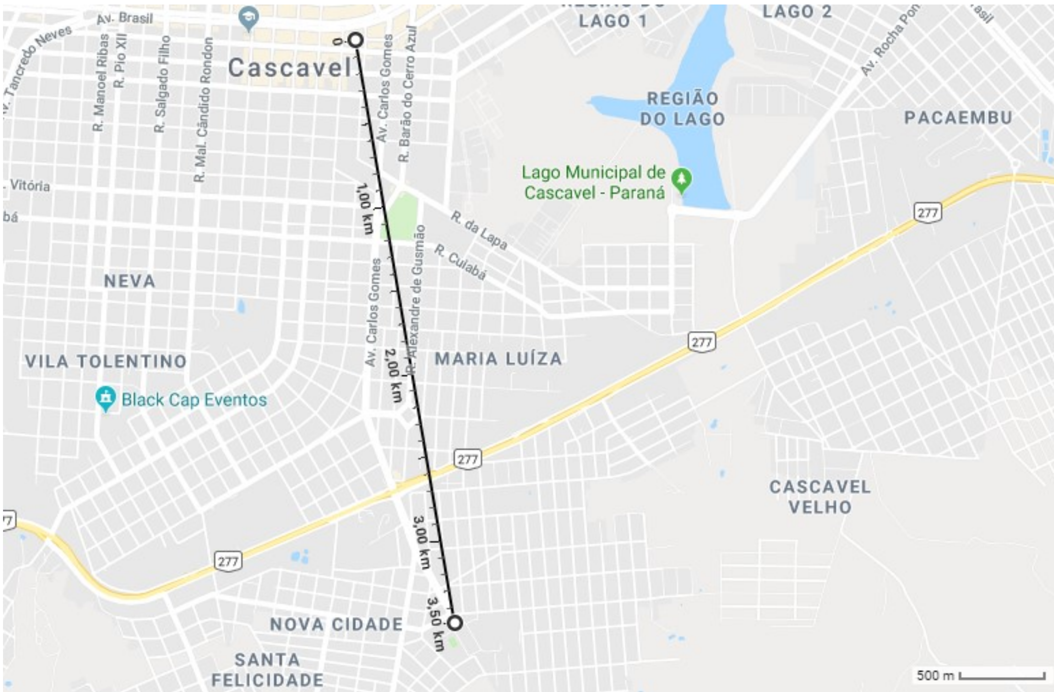
10. Em uma panificadora são produzidos 90 pães de 15 gramas cada um. Caso queira produzir pães de 10 gramas, quantos iremos obter?

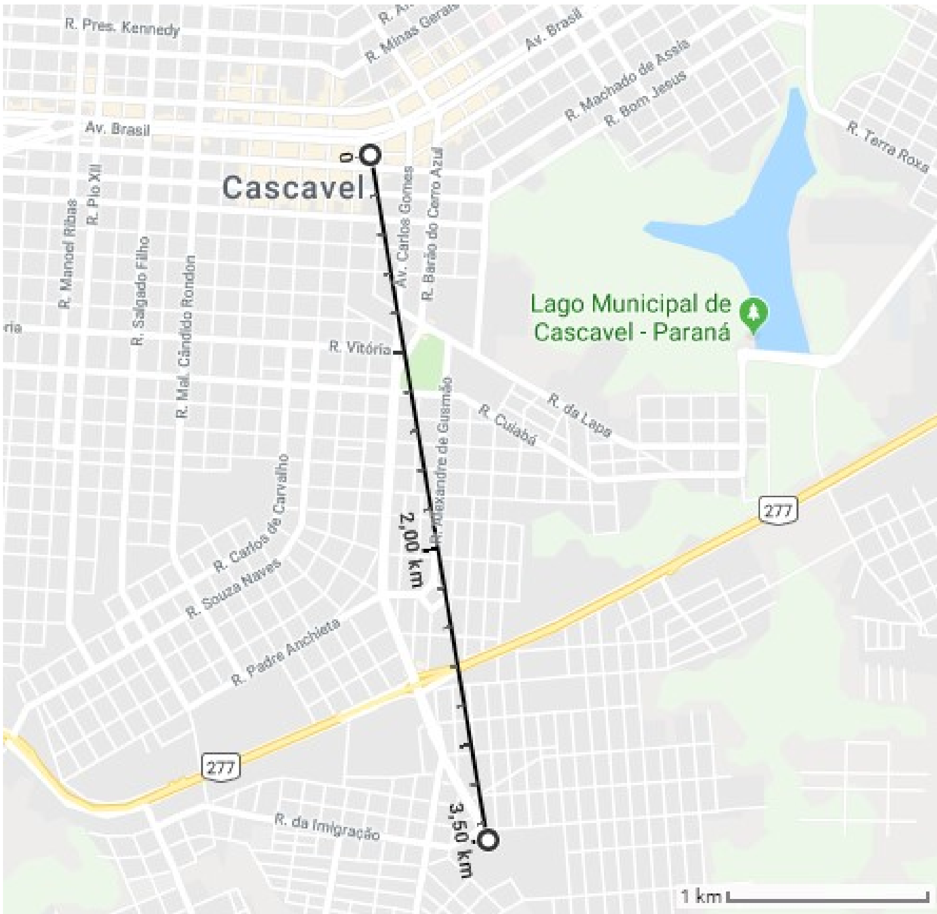
11. (DANTE 2012) A ração que Álvaro comprou é suficiente para 2 gatos se alimentaram durante 9 dias. Se fossem 3 gatos, a ração daria para quantos dias?

Mapas para serem utilizados no item 9 do encaminhamento metodológico:



Mapas para serem utilizados no item no item 12 do encaminhamento metodológico:





Referências

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: Matemática.** São Paulo: Ática, 2012. (7º ano).

EDUCAÇÃO.GLOBO.COM. Disponível em: http://educacao.globo.com/provas/enem-2013/questoes/159.html. Acesso em: 27 mar. 2019.

ESTUDA.COM. Disponível em: https://enem.estuda.com/questoes/?q=\&cat=3\&subcat=489#_=. Acesso em: 27 mar. 2019.

GEEKIE Games. Disponível em: https://geekiegames.geekie.com.br/arquivos/Provas-enem/PROVA-ENEM-PPL-2009-DIA2-BRANCA.pdf. Acesso em: 28 mar. 2019.

GIOVANNI, José Ruy. **Aprendizagem e educação MATEMÁTICA.** 6. ed. São Paulo: FTD, 1990. (6ª série).

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e realidade.** 6.ed. São Paulo: Atual, 2009. (7º ano).

INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/CAD_ENEM_2016_DIA_2_07_AZUL.pdf. Acesso em: 27 mar. 2019.

MARTINI, Gloria et al. **Conexões com a Física.** 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013. (1º Ano).

JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo. **Matemática na medida certa: 5ª série.** 2. ed. São Paulo: Scipione, 1995. (5ª série).

MUNDO EDU. Disponível em: https://www.mundoedu.com.br/uploads/pdf/592c02801be3e.pdf. Acesso em: 27 mar. 2019.

OBMEP. Disponível em: http://147.65.23.40/media.php. Acesso em: 27 mar. 2019.

PROFCARDY. Disponível em: http://www.profcardy.com/exercicios/lista.php?a=Raz%C3%A3o%20e%20Propor%C3%A7%C3%A3o. Acesso em: 27 mar. 2019.

2.1.4 RELATO DO 2º ENCONTRO - 27/04/2019

Iniciamos com os preparativos da sala, organizando as carteiras duas a duas, para a formação dos grupos. O encontro contou com a presença de 51 estudantes, sendo 19 meninos e 32 meninas.

Devido à falta de cadeiras na sala, o início da aula deu-se 4 minutos depois do previsto, com a retomada do conteúdo do encontro anterior, através de uma visualização de operações com frações no Geogebra e em lâminas.

Na sequência perguntamos aos alunos “O que é razão e proporção?”. Nesta etapa, os discentes ficaram receosos em responder, obtivemos apenas três respostas, sendo uma delas relacionada a proporção, e as outras duas sobre razão. A primeira foi “Razão é o resultado de alguma coisa.”. A segunda, com relação a proporção, foi uma ideia associada a frações equivalentes. A última foi “Razão é uma divisão.”.

A seguir, entregamos a lista e solicitamos que iniciassem as resoluções. Após conceituações e socializações de algumas respostas, seguimos para a atividade com o projetor que consistia em representar a figura quadrada da projeção em uma folha A4, mantendo a mesma proporção, com a maior figura possível. Muitos pensaram que a medida dos lados do desenho deveria ser apenas um divisor das medidas reais. Partindo da ideia apresentada nessa atividade, definimos o conceito de escala.

Depois, prosseguimos enunciando a primeira atividade dos mapas cuja realização ocorreu após o intervalo. Nessa atividade, os alunos, em sua maioria, apresentaram facilidade. Já, na segunda atividade, todos não apresentaram problemas em executá-la. Prosseguimos com a conceituação de proporção e números diretamente proporcionais frisando a ideia da atividade do quadrado.

Em seguida, algo inesperado ocorreu, por volta das 10h45, houve uma queda de energia que persistiu até o fim da aula. Após este acontecimento vários alunos, cerca de 35%, de forma dispersa, deixaram a sala de aula. Além disso, priorizamos assessoramentos nos grupos e as correções dos exercícios em quadro ficaram restritas aos problemas em que os discentes apresentavam mais dificuldades.

Devido a percepção da incompreensão com relação ao conceito de escala, trouxemos a questão 6 ao quadro, de modo a encaminhar sua resolução. Todavia, após disponibilizarmos tempo para terminarem o raciocínio iniciado no quadro, alguns estudantes continuaram sem compreender o que era necessário para resolver, mas nós só percebemos isto próximo do fim do encontro, não conseguindo retomar novamente o problema. Assim, concordamos em instigá-los, durante a semana entre os segundo e terceiro encontros, por meio do grupo de *WhatsApp*, a procurarem outros exercícios relacionados ao conceito, para então concluir esse.

2.1.5 PLANO DE AULA - 3º ENCONTRO - 04/05/2019

Público-alvo: Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução: Um encontro com duração de 4 horas-aula.

Objetivo geral: Preparar o aluno para lidar com questões de ENEM e vestibulares, desenvolver habilidades de interpretação e tratamento de dados e reconhecer os conteúdos matemáticos em seu cotidiano.

Objetivos específicos: Ao se trabalhar com regra de três, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Reconhecer grandezas proporcionais em seu cotidiano;
- Distinguir grandezas diretamente proporcionais de grandezas inversamente proporcionais.

Conteúdo: Regra de três simples e composta.

Recursos didáticos: Material impresso, quadro, giz, folhas sulfites, lápis e canetas, projetor, recipiente de vidro, água, corante.

Encaminhamento metodológico:

1. Primeiramente, antes do início da aula, deixaremos as carteiras organizadas de modo que os alunos sentem em grupos de quatro integrantes.
2. Daremos início a aula com uma atividade envolvendo corantes e água, em que visamos trabalhar as proporcionalidades direta e inversa relacionadas as grandezas. (10 min.)
3. Faremos a seguir em exemplo de grandeza inversamente proporcional relacionado a um prêmio de certo valor e o número de ganhadores. (10 min.)
4. Retomaremos os dois últimos problemas da aula anterior:
    - Em uma panificadora são produzidos 90 pães de 15 gramas cada um. Caso queira produzir pães de 10 gramas, quantos iremos obter?
    - A ração que Álvaro comprou é suficiente para 2 gatos se alimentaram durante 9 dias. Se fossem 3 gatos, a ração daria para quantos dias?
5. E definiremos grandezas inversamente proporcionais.
    - Quando duas grandezas variam sempre na razão inversa da outra, dizemos que essas grandezas são inversamente proporcionais. (15 min.)

6. Na sequência, entregaremos a lista de problemas aos alunos, pedindo para que resolvam os exercícios 1 e 2. Após resolução no quadro, definiremos grandezas diretamente proporcionais.

   - Quando duas grandezas variam sempre na mesma razão, dizemos que essas grandezas são diretamente proporcionais. (20 min.)

7. A seguir, indicaremos que os estudantes resolvam os problemas 3 e 4 e depois socializem suas resoluções. (25 min.)

8. Prosseguindo, trabalharemos a primeira parte de um problema que envolve regra de três simples diretamente proporcional:

   > A UNIOESTE passará por uma reforma e deseja-se construir e revestir uma parede de 4 metros de comprimento por 2 metros de altura, e para isto sabe-se que serão necessários 300 azulejos para o revestimento. Durante a elaboração do projeto foi constatado que a parede deveria possuir 5 metros de comprimento, ao invés de 4 metros. Diante disto, quantos azulejos serão necessários?

   Logo após a realização desta parte entregaremos outra para que os alunos resolvam:

   > Após a construção da parede e antes da colocação dos azulejos, perceberam que a parede não barrava completamente os raios solares durante a manhã, atrapalhando as aulas. Sendo assim, foi decidido aumentar em 2 metros a altura da parede. Portanto, qual será a nova quantia de azulejos necessários?

   O objetivo do problema é trabalhar a regra de três composta partindo de uma combinação de regras de três simples. (20 min.)

9. Intervalo.

10. Após o intervalo, pediremos aos alunos que realizem os problemas 5 e 6, e em seguida resolveremos no quadro. (30 min.)

11. Na sequência, realizaremos uma avaliação em forma de jogo. (70 min.)

Avaliação: A avaliação englobará os conteúdos desta aula (regra de três) e dos dois encontros anteriores (fração, decimal, porcentagem, razão e proporção) e será realizada através de um jogo em que os alunos permanecerão sentados em grupos de quatro e formarão duplas. O jogo será desenvolvido dupla contra dupla e o objetivo é apresentar uma resposta satisfatória como solução do problema para poder somar pontos em cada rodada. A validação da resolução será dada pelos adversários, que também precisarão resolver o problema e avaliar a resposta. Uma dupla por vez retirará um dos problemas do monte para resolver. Cada uma das questões valerá 2 pontos para a dupla que responde e 1 ponto para a dupla que valida a resposta. Mesmo que a resposta da primeira dupla esteja errada a dupla que valida a resolução ganha o ponto caso sua própria resposta esteja correta. Vence a dupla que obtiver o maior número de pontos ao final do jogo.

Materiais para aula

Problemas para aula:

1. (IEZZI 2009) O relógio de Nanci atrasa 26 segundos a cada 48 horas. Quanto atrasa em 30 dias?

2. (GIOVANNI 1990) Quero ampliar uma foto 3x4 (3 cm de largura e 4 cm de comprimento) de forma que a nova foto tenha 7,5 cm de largura. Qual será o comprimento da foto ampliada?

3. (USP 2010 - Adaptado) Um automóvel, modelo flex, consome 34 litros de gasolina para percorrer 374 km. Quando se opta pelo uso do álcool, o automóvel consome 37 litros deste combustível para percorrer 259 km. Suponha que um litro de gasolina custe R$ 2,20. Qual deve ser o preço do litro do álcool para que o custo do quilômetro rodado por esse automóvel, usando somente gasolina ou somente álcool como combustível, seja o mesmo?

4. (ENEM 2013 - Adaptado) Uma fábrica de fórmicas produz placas quadradas de lados de medida igual a y centímetros. Essas placas são vendidas em caixas com N unidades e, na caixa, é especificada a área máxima S que pode ser coberta pelas N placas. Devido a uma demanda do mercado por placas maiores, a fábrica triplicou a medida dos lados de suas placas e conseguiu reuni-las em uma nova caixa, de tal forma que a área coberta S não fosse alterada. A quantidade X, de placas do novo modelo, em cada nova caixa será igual a quanto?

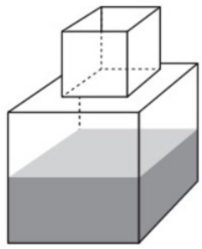
5. (ENEM 2009 – Adaptado) Uma escola lançou uma campanha para seus alunos arrecadarem, durante 30 dias, alimentos não perecíveis para doar a uma comunidade carente da região. Vinte alunos aceitaram a tarefa e nos primeiros 10 dias trabalharam 3 horas diárias, arrecadando 12 kg de alimentos por dia. Animados com os resultados, 30 novos alunos somaram-se ao grupo, e passaram a trabalhar 4 horas por dia nos dias seguintes até o término da campanha. Admitindo-se que o ritmo de coleta tenha se mantido constante, a quantidade de alimentos arrecadados ao final do prazo estipulado será de quanto?

6. (CFSdPM/ES 2014 - Adaptado) Uma equipe composta por 12 operários, trabalhando 10 horas por dia, realiza determinada obra em 45 dias. Considerando-se o mesmo ritmo

de trabalho, se essa equipe fosse constituída por 15 operários, e a carga horária de trabalho fosse de 8 horas por dia, a mesma obra seria realizada em quanto tempo?

Problemas para a avaliação.

1. (Enem 2014) Um fazendeiro tem um depósito para armazenar leite formado por duas partes cúbicas que se comunicam, como indicado na figura.



A aresta da parte cúbica de baixo tem medida igual ao dobro da medida da aresta da parte cúbica de cima. A torneira utilizada para encher o depósito tem vazão constante e levou 8 minutos para encher metade da parte de baixo. Quantos minutos essa torneira levará para encher completamente o restante do depósito?

   (a) 8
   (b) 10
   (c) 16
   (d) 18
   (e) 24

2. (UECE 2009 - Adaptado) Uma peça de tecido, após a lavagem, perdeu 1/10 de seu comprimento e este ficou medindo 36 metros, da peça antes da lavagem era igual a:

   (a) 44
   (b) 42
   (c) 40
   (d) 38
   (e) 36

3. (PUC/MG 2005) Somando-se o número x a cada um dos termos da fração 4/7, obtém-se 0,75. Pode-se afirmar que o valor de x é:

   (a) um número par.

(b) um múltiplo de 10.

(c) um número primo.

(d) um divisor de 16.

4. (UFSCar 2003) Somando-se 4 ao numerador de certa fração, obtém-se outra igual a 1. Subtraindo-se 1 do denominador da fração original, obtém-se outra igual a 1/2. Os termos da fração original A/B representam os votos de dois candidatos, A e B, que foram para o segundo turno de uma eleição, na qual o candidato B obteve:

(a) 90 %

(b) 70 %

(c) 50 %

(d) 30 %

(e) 10 %

5. (IF Sertão Subsequente 2019) O litro de gasolina no Posto Mais Combustível era em janeiro de 2018 de R$ 4,00. Sabendo que em fevereiro, março e abril, desse mesmo ano, houve três aumentos no litro de gasolina, em percentuais de 2%, 3% e 5% respectivamente. Podemos concluir que um litro de gasolina no Posto Mais Combustível, passou a custar:

(a) R$ 4,31

(b) R$ 4,36

(c) R$ 4,41

(d) R$ 4,46

(e) R$ 4,51

6. (ENEM 2013) O contribuinte que vende mais de R$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações. Um contribuinte que vende por R$ 34 mil um lote de ações que custou R$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de

(a) R$ 900,00

(b) R$ 1.200,00

(c) R$ 2.100,00

(d) R$ 3.900,00

(e) R$ 5.100,00

7. (ENEM 2013) Um dos grandes problemas enfrentados nas rodovias brasileiras é o excesso de carga transportada pelos caminhões. Dimensionado para o tráfego dentro dos limites legais de carga, o piso das estradas se deteriora com o peso excessivo dos caminhões. Além disso, o excesso de carga interfere na capacidade de frenagem e no funcionamento da suspensão do veículo, causas frequentes de acidentes. Ciente dessa responsabilidade e com base na experiência adquirida com pesagens, um caminhoneiro sabe que seu caminhão pode carregar no máximo 1.500 telhas ou 1.200 tijolos. Considerando esse caminhão carregado com 900 telhas, quantos tijolos, no máximo, podem ser acrescentados à carga de modo a não ultrapassar a carga máxima do caminhão?

   (a) 300 tijolos
   (b) 360 tijolos
   (c) 400 tijolos
   (d) 480 tijolos
   (e) 600 tijolos

8. (UERJ 2018/1)

BILL WATERSON
novaescola.org.br

   Onça e libra são unidades de massa do sistema inglês. Sabe-se que 16 onças equivalem a 1 libra e que 0,4 onças é igual a x libras. O valor de x é igual a:

   (a) 0,0125
   (b) 0,005
   (c) 0,025
   (d) 0,05

9. (UERJ 2018/2) Lucy morreu há 3,2 milhões de anos e o tempo de existência da espécie humana é de 200 mil anos. Para comparar esses intervalos de tempo, admita uma escala linear na qual 3,2 milhões de anos correspondem a 4 metros. Nessa escala, o tempo de existência da espécie humana, em centímetros, é igual a:

(a) 5

(b) 10

(c) 20

(d) 25

10. (Unifor/CE) Se 6 impressoras iguais produzem 1000 panfletos em 40 minutos, em quanto tempo 3 dessas impressoras produziriam 2000 desses panfletos?

Problemas extras

1. (Enem 2013 - Adaptado) Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m^3. Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m^3, cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente. A quantidade de ralos do novo reservatório deverá ser igual a quanto?

2. Uma família com 2 duas pessoas consome 12m^3 de água a cada 30 dias. Se mais uma pessoa com os mesmos hábitos de consumo se juntar a ela, quantos metros cúbicos de água eles consumirão em uma semana?

3. (DANTE 2012) Seu Lucimar tem uma corda para varal e vai dividi-la em pedaços, todos de mesmo comprimento. Se cada pedaço tiver 4 metros, ele obterá 18 pedaços. E se cada pedaço tiver 6 metros, quantos pedaços ele obterá?

4. (UFPB 2013 - Adaptado) Um hospital de certa cidade atende, em média, 720 pacientes diariamente, com 30 médicos trabalhando 6 horas por dia. Para aumentar a média de pacientes atendidos nesse hospital, a Secretaria de Saúde decidiu tomar as seguintes medidas:

   - Contratar mais 5 médicos.
   - Alterar a jornada diária de trabalho dos médicos de 6 para 8 horas.

   Considerando as informações apresentadas e as medidas tomadas pela Secretaria de Saúde, a média de pacientes atendidos por dia passará a ser de quanto?

5. (EPCAR 2016 - Adaptado) Duas máquinas A e B de modelos diferentes, mantendo cada qual sua velocidade de produção constante, produzem juntas n peças iguais, gastando simultaneamente 2 horas e 40 minutos. A máquina A funcionando sozinha, mantendo sua velocidade constante, produziria, em 2 horas de funcionamento, n/2 dessas peças.

É correto afirmar que a máquina B, mantendo sua velocidade de produção constante, produziria também n/2 dessas peças em quantos minutos?

6. (Enem 2017 - Adaptado) Às 17h15 começa uma forte chuva, que cai com intensidade constante. Uma piscina em forma de um paralelepípedo retângulo, que se encontrava inicialmente vazia, começa a acumular a água da chuva e, às 18 horas, o nível da água em seu interior alcança 20 cm de altura. Nesse instante, é aberto o registro que libera o escoamento da água por um ralo localizado no fundo dessa piscina, cuja vazão é constante. Às 18h40 a chuva cessa e, nesse exato instante, o nível da água na piscina baixou para 15 cm. Qual o instante aproximado em que a água dessa piscina termina de escoar completamente?

7. (UNIOESTE 2012) O fabricante de uma marca de sabão em pó comercializa seu produto em embalagens na forma de paralelepípedo de dimensões 5 cm $\times$ 20 cm $\times$ 20 cm, que contém 1 Kg de sabão em pó. A empresa quer diminuir o custo com embalagem e decide criar uma nova embalagem com o dobro do volume da original, ou seja, que conterá 2 Kg de sabão em pó. Entretanto deseja-se preservar a proporcionalidade das dimensões da caixa, pois o fabricante acredita que esta proporção agrada os clientes. Nestas condições as dimensões da nova embalagem devem ser

   (a) 10 cm $\times$ 40 cm $\times$ 40 cm
   (b) $5\sqrt{3}$ cm $\times$ $20\sqrt{3}$ cm $\times$ $20\sqrt{3}$ cm
   (c) $\sqrt[3]{2}$ cm $\times$ $4\sqrt[3]{2}$ cm $\times$ $4\sqrt[3]{2}$ cm
   (d) 10 cm $\times$ 20 cm $\times$ 20 cm
   (e) $5\sqrt[3]{2}$ cm $\times$ $20\sqrt[3]{2}$ cm $\times$ $20\sqrt[3]{2}$ cm

Referências

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: Matemática.** São Paulo: Ática, 2012. (7º ano).

ENEM 2009: Questão 162. Disponível em: http://educacao.globo.com/provas/enem-2009/questoes/162.html. Acesso em: 04 abr. 2019.

EXERCÍCIOS de matemática: Enem 2013 – Geometria - Questão 144 – Exercício 9. Disponível em: https://calculemais.com.br/exercicios-de-matematica/781/enem-enem_2013_prova_amarela-exercicio_9?p. Acesso em: 04 abr. 2019.

EXERCÍCIOS de matemática: Enem 2013 – Porcentagem - Questão 146 – Exercício 11. Disponível em: https://calculemais.com.br/exercicios-de-matematica/1075/enem-enem_2013_prova_amarela-exercicio_11?p=. Acesso em: 04 abr. 2019.

EXERCÍCIOS de matemática: Enem 2013 – Regra de três - Questão 153 – Exercício 18. Disponível em: https://calculemais.com.br/exercicios-de-matematica/290/enem-enem_2013_prova_amarela-exercicio_18?p=. Acesso em: 04 abr. 2019.

EXERCÍCIOS resolvidos: regra de três composta. Disponível em: http://www.matematicadidatica.com.br/RegraDeTresExerciciosComposta.aspx. Acesso em: 04 abr. 2019.

FRAÇÕES: Simulado Enem com 10 questões. Disponível em: https://blogdoenem.com.br/fracoes-simulado-enem-matematica/. Acesso em: 04 abr. 2019.

GIOVANNI, José Ruy. **Aprendizagem e educação MATEMÁTICA.** 6. ed. São Paulo: FTD, 1990. (6ª série).

GOUVEIA, Rosimar. Exercícios de regra de três. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/exercicios-de-regra-de-tres/amp/. Acesso em: 04 abr. 2019.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e realidade.** 6. ed. São Paulo: Atual, 2009. (7º ano).

QUESTÕES de matemática: Razão e proporção. Disponível em: https://enem.estuda.com/questoes/?q=\&cat=3\&subcat=489#_=. Acesso em: 04 abr. 2019.

QUESTÕES de matemática: Razão e proporção. Disponível em: http://www.estudavest.com.br/questoes/?resolver=\&prova=\&q=\&inicio=2\&q=\&cat=3\&subcat\%5B\%5D=489\&dificuldade=\&ano=. Acesso em: 04 abr. 2019.

REGRA de três no Enem. Disponível em: https://vestibular.mundoeducacao.bol.uol.com.br/enem/regra-tres-no-enem.htm. Acesso em: 04 abr. 2019.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. Exercícios sobre regra de três composta. Disponível em:https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-regra-tres-composta.htm. Acesso em: 04 abr. 2019.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. Exercícios sobre regra de três simples. Disponível em: https://m.exercicios.brasilescola.uol.com.br/amp/exercicios-matematica/exercicios-sobre-regra-tres-simples.htm. Acesso em: 04 abr. 2019.

SÓ exercícios. Disponível em: https://soexercicios.com.br/plataforma/questoesSemelhantes/30690/ENEM/-rec-regra-de-tres-composta-. Acesso em: 04 abr. 2019.

SÓLIDOS e volumes: questão 176 - Enem 2014 (prova rosa). Disponível em: https://10vendematematica.blogspot.com/2016/08/questao-174-enem-2014-prova-rosa.html. Acesso em: 04 abr. 2019.

2.1.6 RELATO DO 3º ENCONTRO - 04/05/2019

Iniciamos com os preparativos da sala, organizando as carteiras duas a duas, para a formação dos grupos. O encontro contou com a presença de 40 estudantes, sendo 11 meninos e 29 meninas.

Começamos a aula, às 8h00, com uma atividade de visualização que envolvia os conceitos de diretamente proporcional e inversamente proporcional com a utilização de água e corante. Durante as explicações, foram feitas as definições de grandezas direta e inversamente proporcionais. Os alunos não apresentaram dúvidas com relação a tais conceitos.

Além da atividade anterior, conjecturamos com eles uma situação envolvendo um grande prêmio, com o objetivo de trabalhar novamente com a noção de grandeza inversamente proporcional. Muitos alunos participaram, respondendo nossas perguntas e antecipando algumas ideias que queríamos trazer, o que nos mostrou que a grande maioria compreendeu.

Em seguida, pedimos aos estudantes se haviam conseguido realizar as duas últimas questões da aula anterior e como esperávamos, uma vez que em sala não havíamos avançado até elas, muitos não conseguiram. Devido a isso, disponibilizamos alguns minutos para tais resoluções, tendo em vista a aplicação do conteúdo enunciado através delas. Passado o tempo, corrigimos as questões em quadro, perguntando em seguida se alguém havia feito diferente. Aqui obtivemos algumas respostas afirmativas e discutimos tais maneiras. Um aluno em específico comentou com a sala toda sobre sua resolução da questão 10, de uma maneira que havíamos entendido que, ao invés de operar com a multiplicação, ele fez sucessivas somas (ideia primitiva de multiplicação). Este mesmo aluno quis nos mostrar em particular a resolução da questão 11. De modo a atender sua solicitação, um de nós foi até sua carteira. Observando suas ideias, foi pedido sua autorização para registrar o processo alegando ser uma solução diferente, conforme a seguinte imagem:

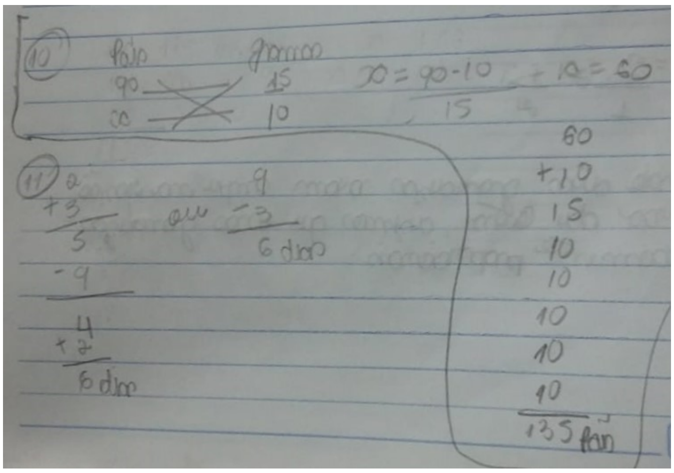


Figura 9: Resolução de aluno

Sobre a questão 11 “A ração que Álvaro comprou é suficiente para 2 gatos se alimentaram durante 9 dias. Se fossem 3 gatos, a ração daria para quantos dias?”, ele nos mostrou dois raciocínios, “2 gatos $+$ 3 gatos $=$ 5, 5 $-$ 9 dias $=$ 4, 4 $+$ 2 gatos $=$ 6 dias” e “9 dias $-$ 3 gatos $=$ 6 dias”. É perceptível a incoerência de tais processos. Já como a questão 10 “Em uma panificadora são produzidos 90 pães de 15 gramas cada um. Caso queira produzir pães de 10 gramas, quantos iremos obter?” saiu também na imagem, conseguimos analisar posteriormente a aula, o método utilizado por ele. Como notamos, foi utilizado o conceito contrário ao que a questão trazia, isto é, o conceito de diretamente proporcional, seguido por uma manipulação incompreensível a fim de obter o resultado. Vale ainda ressaltar que nessa lista havíamos colocado o gabarito das questões, o que nos leva a crer que ele tentou “forçar” tais respostas.

Seguindo com a aula, continuamos conforme o cronograma. Entretanto, as questões 3 e 4 levaram mais tempo do que previsto, devido a falta de interpretação e formulação de estratégias para a resolução. Por tal razão, resolvemos tais questões juntamente com eles ao quadro, uma vez que muitos não conseguiram sozinhos.

Tal acontecimento atrasou as atividades posteriores, afetando apenas o tempo disponível para a avaliação em forma de jogo.

Para introduzir o jogo que seria aplicado, aproveitando a proximidade da data com o Dia da Matemática, falamos sobre tal comemoração que é em homenagem ao educador matemático Julio Cesar de Mello e Souza, mais conhecido pelo seu pseudônimo Malba Tahan. Comentamos também sobre sua metodologia de ensino, que consistia de atividades lúdicas, fundamentando a utilização de tal atividade.

Embora notamos algumas dificuldades, percebemos que todos se mostraram entusiasmados com a atividade e com muita vontade de aprender.

2.1.7 PLANO DE AULA - 4º ENCONTRO - 11/05/2019

Público-alvo: Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução: Um encontro com duração de 4 horas-aula.

Objetivo geral: Preparar o aluno para lidar com questões de ENEM e vestibulares, desenvolver habilidades de interpretação e tratamento de dados e reconhecer os conteúdos matemáticos em seu cotidiano.

Objetivos específicos: Ao se trabalhar com equações, monômios e polinômios, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Compreender o conceito de equação utilizando a noção de equilíbrio;
- Solucionar problemas que possam ser modelados por equações;
- Reconhecer monômios e polinômios;
- Identificar o grau de um polinômio e polinômios idênticos;
- Operar com polinômios;
- Determinar a raiz de um polinômio através dos Teoremas de D'Alembert e do resto.

Conteúdo: Equações, monômios e polinômios.

Recursos didáticos: Material impresso, quadro, giz, folhas sulfites, lápis e canetas.

Encaminhamento metodológico:

1. Anteriormente ao início da aula, deixaremos as carteiras organizadas de modo que os alunos sentem em grupos de quatro integrantes.
2. Inicialmente entregaremos a lista de problemas e pediremos para que resolvam o problema 1. (10 min.)
3. Na sequência, conceituaremos equação.
   - Equação é uma sentença matemática que contém uma ou mais incógnitas e é expressa por uma igualdade.

   E utilizaremos a resolução do problema 1 para exemplificar. (7 min.)
4. Em seguida, instruiremos os discentes para que resolvam os problemas 2, 3 e 4, resolvendo, logo após, os mesmos no quadro. (45 min.)

5. Posteriormente, solicitaremos aos educandos que realizem o problema 5. (10 min.)

6. Na sequência, conceituaremos fração geratriz.

   - Quando uma fração é equivalente a uma dízima periódica, dizemos que a fração é a geratriz da dízima.

   E utilizaremos a resolução do problema anterior para exemplificar. (10 min.)

7. Em seguida, pediremos aos alunos que realizem o exercício 6, resolvendo logo após o exercício no quadro. (18 min.)

8. Intervalo.

9. Seguiremos a aula perguntando "O que são monômios e polinômios?", definindo na sequência os seguintes conceitos:

   - Monômio é uma expressão algébrica que possui um único produto com coeficiente e parte literal.
   - Polinômio é uma expressão algébrica formada por monômios e operadores aritméticos.
   - Polinômio de variável x é toda expressão P(x) que pode ser apresentada sob a forma

   $$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots + a_1x^1 + a_0$$

   em que $\{a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \cdots, a_1, a_0\} \subset \mathbb{R}$, $\{n, n-1, n-2, \cdots, 1, 0\} \subset \mathbb{N}$ e a variável x pode assumir qualquer valor real. E utilizando suas produções para exemplificar e classificá-los. (20 min.)

10. Na sequência, perguntaremos "O que é grau de polinômio?", anotando as ideias que surgirem durante a conversa, solicitando, em seguida, para que resolvam o exercício 7 da lista, seguido pelas definições:

    - O grau de monômio é dado pela soma de todos os expoentes de sua parte literal.
    - O grau de um polinômio é dado pelo seu termo de maior grau depois de reduzidos seus termos semelhantes.

    E utilizando o exercício como exemplo, e discussão sobre as ideias iniciais. (20 min.)

11. Logo após, pediremos aos discentes que realizem o exercício 8 que trabalha com a ideia de equação e raiz, seguindo com a socialização das resoluções, as definições de raiz, através do Teorema de D'Alembert:

    - Sendo *a* uma constante qualquer, um polinômio p(x) é divisível por $x - a$ se, e somente se, *a* é raiz de p(x), ou seja, $p(a) = 0$.

E também de igualdade entre polinômios

- Dois polinômios, P e Q, na variável x são iguais quando assumem valores iguais para qualquer valor comum atribuído à variável.

Seguiremos então, com a apresentação da forma fatorada e utilização dos exercícios 7 e 8 para exemplificação. (15 min.)

12. Em seguida, solicitaremos aos alunos que façam os exercícios 9, que trabalha com igualdade entre polinômios, 10, em que se utilizam três operações entre polinômios, e 11, no qual utiliza-se o Teorema do resto, seguindo com as resoluções no quadro e exposição do Teorema:

    - Sendo a uma constante qualquer, o resto *r* da divisão de um polinômio $p(x)$ por $x - a$ é igual a $p(a)$, ou seja, $r = p(a)$. (20 min.)

13. Na sequência, instruiremos aos estudantes que realizem os últimos exercícios propostos para a aula, 12, 13, 14 e 15, e após resolveremos no quadro. (25 min.)

Avaliação: Será avaliado a participação durante as atividades e a demonstração de compreensão referente ao conteúdo.

Materiais para aula

Problemas para aula:

1. (OBMEP) Em uma caixa quadrada há 4 bolas brancas e 2 bolas pretas, e numa caixa redonda há 6 bolas, todas pretas. Paula quer que tanto na caixa quadrada quanto na redonda a razão entre a quantidade de bolas brancas e o total de bolas em cada caixa seja a mesma. Quantas bolas brancas Paula precisa tirar da caixa quadrada e passar para a caixa redonda?

    (a) Nenhuma

    (b) 1

    (c) 2

    (d) 3

    (e) 4

2. (ESPM SP/2013) A nota final de um concurso é dada pela média aritmética das notas de todas as provas realizadas. Se um candidato conseguiu x notas 8, x + 1 notas 6 e x – 1 notas 5 e sua nota final foi 6,5, o número de provas que ele realizou foi:

    (a) 6

(b) 12

(c) 9

(d) 7

(e) 5

3. Nas últimas 3 etapas da volta de Portugal, um ciclista percorreu, ao todo, 360 km. A primeira etapa tinha 120 km a mais do que a segunda; a última etapa era quatro vezes maior que a segunda. Calcule o comprimento de cada etapa.

4. (IBMEC SP Insper/2018) Uma peça pode ser fabricada pelo técnico A, com moldagem manual, ou pelo técnico B, com impressora 3D. Para fabricar a peça com moldagem manual, gastam-se 4 horas de trabalho do técnico A e R$ 40,00 de material. O valor da hora de trabalho do técnico A é R$ 17,00. Quando feita com impressora 3D, a mesma peça é fabricada em 3 horas de trabalho do técnico B, com gasto de R$ 12,00 com material.

   A fabricação dessa peça é mais cara com impressora 3D se o valor da hora de trabalho do técnico B for, no

   (a) máximo, R$ 32,00

   (b) mínimo, superior a R$ 24,00

   (c) máximo, inferior a R$ 24,00

   (d) mínimo, R$ 32,00

   (e) mínimo, superior a R$ 32,00.

5. (TRT 15 – FCC 2013 – Adaptado). Renato dividiu dois números inteiros positivos em sua calculadora e obteve como resultado a dízima periódica 0,454545 ... Se a divisão tivesse sido feita na outra ordem, ou seja, o maior dos dois números dividido pelo menor deles, o resultado obtido por Renato na calculadora teria sido?

6. (UFAC – MS Concursos 2014). Sejam x e y dois números reais. Sendo $x = 2,3333...$ e $y = 0,1212...$, dízimas periódicas. A soma das frações geratrizes de x e y é:

   (a) 7/3

   (b) 4/33

   (c) 27/11

   (d) 27/33

   (e) 27/3

7. Considere o polinômio $p(x) = (x-1)(x-3)^2(x-5)^3(x-7)^4(x-9)^5(x-11)^6$. O grau de $p(x)$ é igual a?
   (a) 6
   (b) 21
   (c) 36
   (d) 720
   (e) 1080
8. (UECE – Adaptado) Qual o número de soluções da equação $\frac{x}{5-x^2} = \frac{x}{x^2+x}$?
9. (U. Católica de Salvador-BA) Se os polinômios $x^2 – x + 4$ e $(x-a)^2 + (x+b)$ são idênticos, então $a+b$ é igual a:
   (a) 0
   (b) 1
   (c) 2
   (d) 3
   (e) 4
10. (SARESP) Considerando-se os polinômios $A = x - 2$, $B = 2x + 1$ e $C = x$, o valor mais simplificado para a expressão $A \cdot A - B + C$ é igual a:
    (a) $x^2 - x - 3$
    (b) $x^2 - x - 5$
    (c) $x^2 - 5x + 3$
    (d) $x^3 - x^2 - 5x + 2$
11. (FEI/SP - Adaptado) Se $p(x) = 5x^2 + 2x - 4$:
    (a) calcule $p(1)$;
    (b) divida o polinômio por $(x-1)$.
12. (FGV-SP 2010 - Adaptado) Fatorando completamente o polinômio $x^3 - x$ em polinômios com coeficientes inteiros, qual será o número de fatores?
13. (Fuvest - Adaptado) Dado $p(x) = x^3 - x^2 - 4$.
    (a) Decomponha o polinômio p(x) em um produto de dois polinômios, um de grau 1 e outro de grau 2.

(b) Quais são as raízes inteiras do polinômio $p(x)$?

14. (Fatec-SP) Se $x = 2$ é uma das raízes da equação $x^3 - 4x^2 + mx - 4 = 0$, *m* real, então as suas outras raízes são números:

    (a) Negativos

    (b) Inteiros

    (c) racionais não-inteiros

    (d) irracionais

    (e) não-reais

15. (UF-PB) Mestre Laureano, técnico e professor de Eletrônica, em uma das suas aulas práticas, escolheu três resistores e propôs aos seus alunos que calculassem o valor da resistência do resistor equivalente aos três resistores escolhidos, associados em paralelo. Para isso ele informou aos alunos que:

    - os valores R_1, R_2 e R_3 das resistências dos três resistores escolhidos, medidas em ohms, são raízes do polinômio $p(x) = x^3 - 7x^2 + 16x - 12$.
    - o valor R da resistência, medida em ohms, do resistor equivalente aos três resistores escolhidos, associados em paralelo, satisfaz a relação

    $$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

    Com base nessas informações, é correto afirmar que o valor de R, em ohms, é igual a:

    (a) 0,55

    (b) 0,65

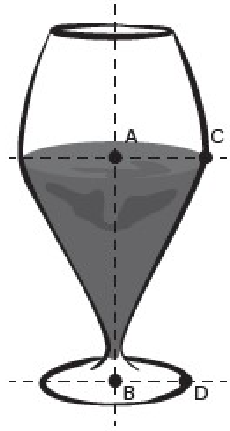
    (c) 0,75

    (d) 0,85

    (e) 0,95

Problemas extras

1. (ENEM 2013) Um restaurante utiliza, para servir bebidas, bandejas com bases quadradas. Todos os copos desse restaurante têm o formato representado na figura:



Considere que $AC = \frac{7}{5}BD$ e que L é a medida de um dos lados da base da bandeja. Qual deve ser o menor valor da razão para que uma bandeja tenha capacidade de portar exatamente quatro copos de uma só vez?

(a) 2

(b) 14/25

(c) 4

(d) 24/5

(e) 28/5

2. (FGV 2014) Uma fábrica de panelas opera com um custo fixo mensal de R$ 9 800,00 e um custo variável por panela de R$ 45,00. Cada panela é vendida por R$ 65,00. Seja x a quantidade que deve ser produzida e vendida mensalmente para que o lucro mensal seja igual a 20% da receita.

   A soma dos algarismos de x é:

   (a) 5

   (b) 2

   (c) 6

   (d) 3

   (e) 4

3. (UNIOESTE 2012) Sabe-se que uma das raízes da equação $x^2 - 7x - 44 = 0$ corresponde, em cm, ao comprimento do raio de uma circunferência. Qual o comprimento desta circunferência, considerando $\pi = 3,14$?

   (a) 68,08 cm

(b) 69,01 cm

(c) 69,80 cm

(d) 59,08 cm

(e) 58,09 cm

4. (Fatec) Se o polinômio $p(x) = 2x^3 - 5x^2 - 28x + 15$ pode ser fatorado na forma $(2x - 1)(x + 3)(x - k)$, então o valor de k é

   (a) 5

   (b) -5

   (c) 10

   (d) 15

   (e) -15

5. (UNIOESTE - Adaptada) Para que o polinômio $P(x) = x^4 - 3x^3 + mx^2 + nx - 1$ seja divisível por $(x - 2)(x + 1)$, o valor de $-7m + n$ deve ser igual a quanto?

6. (FAAP–SP) Calcule os valores de *a*, *b* e *c* para que o polinômio $p(x) = a(x + c)^3 + b(x + d)$ seja idêntico a $p(x) = x^3 + 6x^2 + 15x + 14$.

7. (UFMG) Sejam A e B números reais que satisfazem à igualdade da expressão a seguir para todo valor de x que não anula nenhum dos denominadores.

$$\frac{1}{(x+2)(2x+1)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{2x+1}$$

   A soma $A + B$ é

   (a) -1

   (b) -$\frac{1}{3}$

   (c) 0

   (d) $\frac{1}{3}$

   (e) $\frac{3}{2}$

8. (UEL) A equação $2x^3 - 5x^2 + x + 2 = 0$ tem três raízes reais. Uma delas é 1. As outras duas são tais que

   (a) ambas são números inteiros.

   (b) ambas são números negativos.

   (c) estão compreendidas entre -1 e 1.

(d) uma é o oposto do inverso da outra.

(e) uma é a terça parte da outra.

9. (UFPR 2009) Sabendo-se que $x = 2$ é um zero do polinômio $p(x) = 9x^3 - 21x^2 + 4x + 4$, é correto afirmar que a soma das outras duas raízes é igual a:

    (a) $\frac{1}{3}$

    (b) $\frac{3}{7}$

    (c) 1

    (d) $\frac{4}{21}$

    (e) $\frac{4}{9}$

10. (UECE) Os números -2, -1, 0, 1, 2 são as soluções da equação polinomial $p(x) = 0$, as quais são todas simples. Se o polinômio $p(x)$ é tal que $p(\sqrt{2}) = 2(\sqrt{2})$, então o valor de $p(\sqrt{3})$ é igual a:

    (a) $2\sqrt{3}$

    (b) $3\sqrt{2}$

    (c) $3\sqrt{3}$

    (d) $6\sqrt{2}$

Referências

ASSIS, Cleber; MIRANDA, Tiago. **Módulo Equações e Inequações do Primeiro Grau:** Equações do Primeiro Grau a uma Variável. Disponível em: https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material/vyxktwivstcgo.pdf. Acesso em: 07 abr. 2019.

AULA 28: estudo dos polinômios. Disponível em: http://sbrecci.com/matematica/aula-28/. Acesso em: 07 abr. 2019.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: Matemática.** São Paulo: Ática, 2012. (7º ano).

EQUAÇÃO de primeiro grau – Simulado Enem de Matemática. Disponível em: https://blogdoenem.com.br/equacao-de-primeiro-grau-simulado-matematica/. Acesso em: 07 abr. 2019.

EXERCÍCIOS de Matemática: Polinômios. Polinômios. Projeto Medicina. Disponível em: http://www.projetomedicina.com.br/site/attachments/article/405/matematica_polinomios_exercicios.pdf. Acesso em: 07 abr. 2019.

EXERCÍCIOS resolvidos sobre dízimas periódicas. Disponível em: https://sabermatematica.com.br/exercicios-resolvidos-sobre-dizimas-periodicas.html. Acesso em: 07 abr. 2019.

IEZZI, Gelson. **Fundamento de matemática elementar, 6:** complexos, polinômios, equações. 8. ed. São Paulo: Atual, 2013.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e realidade.** 6. ed. São Paulo: Atual, 2009. (7º ano).

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e realidade.** 6. ed. São Paulo: Atual, 2009. (8º ano).

LEONARDO, Fabio Martins de. **Conexões com a matemática.** 2 ed. São Paulo: Moderna, 2013. (v. 3).

OBMEP. Disponível em: http://147.65.23.40/media.php. Acesso em: 07 abr. 2019.

OLIVEIRA, Naysa Crystine Nogueira. Polinômios. Disponível em: https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/polinomios.htm. Acesso em: 07 abr. 2019.

RAZÃO e Proporção. Disponível em: https://www.mundoedu.com.br/uploads/pdf/592c02801be3e.pdf. Acesso em: 07 abr. 2019.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. **Exercícios sobre polinômios.** Disponível em: https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-polinomios.htm. Acesso em: 07 abr. 2019.

SIMULADO de Matemática sobre operações com polinômios. Disponível em: https://exerciciosweb.com.br/matematica/simulado-matematica-operacoes-com-polinomios/. Acesso em: 07 abr. 2019.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo olhar matemática.** São Paulo: Ftd, 2010. (Coleção Novo Olhar; v. 3).

VESTIPROVAS. UNIOESTE, 2012.2 - questão 15. Disponível em: http://www.vestiprovas.com.br/questao.php?questao=unioeste-2012-2-15-matematica-geral-28675. Acesso em: 07 abr. 2019.

2.1.8 RELATO DO 4º ENCONTRO - 11/05/2019

Iniciamos com os preparativos da sala, organizando as carteiras duas a duas, para a formação dos grupos. O encontro contou com a presença de 22 estudantes, sendo 7 meninos e 15 meninas. Acreditamos que o número reduzido de alunos seja resultado da manhã chuvosa.

Começamos a aula, às 8h00, com a entrega da lista, seguindo conforme o planejado. Devido ao baixo número de alunos, houve maior participação, tanto nas socializações das resoluções quanto nas discussões teóricas. Além disso, os estudantes apresentaram mais dificuldades do que esperávamos no conteúdo de equações, contribuindo para o atraso do cronograma previsto.

Havíamos programado duas horas aula para o conteúdo de polinômios, porém apenas conseguimos trabalhar uma. Priorizamos passar as definições e teoremas, pois seriam necessários para as resoluções dos exercícios. Instruímos os discentes a tentarem resolver em casa as questões que não foram feitas em sala e, no caso de dúvidas, nos procurassem durante a semana seguinte no grupo do *WhatsApp*.

2.2 MÓDULO 2: CONJUNTOS NUMÉRICOS, FUNÇÕES, FUNÇÃO AFIM E FUNÇÃO QUADRÁTICA

2.2.1 PLANO DE AULA - 5º ENCONTRO - 18/05/2019

Público-alvo: Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução: Um encontro com duração de 4 horas-aula.

Objetivo geral: Preparar o aluno para lidar com questões de ENEM e vestibulares, desenvolver habilidades de interpretação e tratamento de dados e reconhecer os conteúdos matemáticos em seu cotidiano.

Objetivos específicos: Ao se trabalhar com conjuntos, intervalos e funções, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Reconhecer os conjuntos numéricos;
- Realizar operações entre conjuntos;
- Identificar os tipos de intervalos;
- Reconhecer e interpretar o comportamento de dados das representações gráficas;
- Reconhecer funções e seus elementos através de representações gráficas e de descrições de situações modeláveis.

Conteúdo: Conjuntos, intervalos e funções.

Recursos didáticos: Material impresso, quadro, giz, folhas sulfites, lápis e canetas, projetor.

Encaminhamento metodológico:

1. Primeiramente, antes do início da aula, deixaremos as carteiras organizadas de modo que os alunos sentem em grupos de quatro integrantes.
2. Daremos início a aula perguntando aos discentes "O que é um conjunto?" e anotando suas especulações. Em seguida, traremos as seguintes definições:
   - Conjunto é uma reunião de objetos.
   - Elemento é um objeto de um conjunto.
   - Conjunto vazio é aquele que não possui elementos. (10 min.)

3. Na sequência, faremos uma atividade de reconhecimento dos elementos dos conjuntos numéricos. Nela, será entregue aos estudantes cartões com números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais, com o intuito de serem colocados no seu devido conjunto. Aqui o quadro será dividido em 6 partes, com cada uma das cinco primeiras tendo um dos conjuntos. Sabemos que poderá haver confusão, uma vez que um número natural é também um número inteiro, por exemplo, mas pretendemos discutir durante essa atividade sobre tal questão, elaborando, após, na sexta parte do quadro, a representação dos conjuntos, um contido no outro, isto é, o conjunto dos números reais que contém o conjunto dos números racionais e o conjunto dos números irracionais, etc. (25 min.)

4. Prosseguiremos com a definição de subconjuntos,

   - Dizemos que *A* é subconjunto do conjunto *B* ($A \subset B$) se, e somente se, todos os elementos de *A* pertencerem a *B*. (5 min)

5. Pediremos, logo após, que os alunos resolvam as questões 1, 2 e 3, fazendo na sequência suas respectivas resoluções em quadro. (30 min.)

6. Realizaremos em seguida as seguintes definições:

   - Dois conjuntos *A* e *B* são iguais ($A = B$) se, e somente se, $A \subset B$ e $B \subset A$.
   - A união de dois conjuntos, *A* e *B*, que indicaremos por $A \cup B$, é o conjunto cujos elementos são todos que pertencem a *A* ou a *B*.
   - A interseção de dois conjuntos, *A* e *B*, que indicaremos por $A \cap B$, é o conjunto cujos elementos são todos aqueles que pertencem a *A* e a *B*, simultaneamente.
   - A diferença de dois conjuntos, *A* e *B*, nessa ordem, que indicaremos por $A - B$, é o conjunto cujos elementos são todos aqueles que pertencem a *A* e não pertencem a *B*. (5 min.)

7. Posteriormente, pediremos para que eles respondam as questões 4 e 5, realizando a socialização das respostas na sequência. (10 min.)

8. Em seguida, solicitaremos aos educandos que solucionem as questões 6 e 7, formalizando os conceitos envolvidos, sendo eles os tipos intervalos (intervalo fechado, intervalo aberto), juntamente com a comunicação oral das respostas. (15 min.)

9. Intervalo.

10. Realizaremos uma atividade interativa, utilizando o projetor, de interpretação de dados juntamente com gráficos. (45 min.)

11. Definiremos a partir do último exercício do projetor os conceitos:
    - Considerando dois conjuntos, A e B, não vazios, dizemos que f é uma função de A em B (ou que y é uma função de x) se, e somente se, para cada elemento x de A existe em correspondência um único elemento y de B. Representamos assim: $f : A \longrightarrow B$
    - O conjunto A é chamado domínio da função f que indicamos por *D* ou *D(f)*.
    - Para cada $x \in D(f)$, o elemento $f(x) \in B$ é chamado de imagem de x pela função f.
    - O conjunto formado por todas as imagens de x é chamado de conjunto imagem da função que indicaremos por *Im* ou *Im(f)*.
    - Uma função f é crescente em um intervalo do domínio se, e somente se, para quaisquer valores x_1 e x_2 desse intervalo, com $x_1 < x_2$, tem-se $f(x_1) < f(x_2)$.
    - Uma função f é decrescente em um intervalo do domínio se, e somente se, para quaisquer valores x_1 e x_2 desse intervalo, com $x_1 < x_2$, tem-se $f(x_1) > f(x_2)$. (10 min.)
12. Na sequência, pediremos para que os alunos prossigam com a resolução das questões 8 a 10. (30 min.)
13. A seguir corrigiremos as últimas questões. (15 min.)

Avaliação: Será avaliado a participação durante as atividades e a demonstração de compreensão referente ao conteúdo.

Materiais para aula

Problemas para aula:

1. (ENEM) No dia 17 de Maio próximo passado, houve uma campanha de doação de sangue em uma Universidade. Sabemos que o sangue das pessoas pode ser classificado em quatro tipos quanto a antígenos. Uma pesquisa feita com um grupo de 100 alunos da Universidade constatou que 42 deles têm o antígeno A, 36 têm o antígeno B e 12 o antígeno AB. Sendo assim, podemos afirmar que o número de alunos cujo sangue tem o antígeno O é:
    (a) 20 alunos
    (b) 26 alunos
    (c) 34 alunos
    (d) 35 alunos

(e) 36 alunos

2. (UFPA) Um professor de Matemática, ao lecionar Teoria dos Conjuntos em uma certa turma, realizou uma pesquisa sobre as preferências clubísticas de seus n alunos, tendo chegado ao seguinte resultado:

   - 23 alunos torcem pelo Paysandu Sport Club;
   - 23 alunos torcem pelo Clube do Remo;
   - 15 alunos torcem pelo Clube de Regatas Vasco da Gama;
   - 6 alunos torcem pelo Paysandu e pelo Vasco;
   - 5 alunos torcem pelo Vasco e pelo Remo.

   Se designarmos por A o conjunto dos torcedores do Paysandu, por B conjunto dos torcedores do Remo e por C o conjunto dos torcedores do Vasco, todos da referida turma, teremos, evidentemente, $A \cap B = \emptyset$. Concluímos que o número n de alunos dessa turma é

   (a) 49
   (b) 50
   (c) 47
   (d) 45
   (e) 46

3. (ENEM - MEC) Um fabricante de cosméticos decide produzir três diferentes catálogos de seus produtos, visando a públicos distintos. Como alguns produtos estarão presentes em mais de um catálogo e ocupam uma página inteira, ele resolve fazer uma contagem para diminuir os gastos com originais de impressão. Os catálogos C1, C2 e C3 terão, respectivamente, 50, 45 e 40 páginas.

   Comparando os projetos de cada catálogo, ele verifica que C1 e C2 terão 10 páginas em comum; C1 e C3 terão 6 páginas em comum; C2 e C3 terão 5 páginas em comum, das quais 4 também estarão em C1.

   Efetuando os cálculos correspondentes, o fabricante conclui que, para a montagem dos três catálogos necessitará de um total de originais de impressão igual a:

   (a) 135
   (b) 125
   (c) 118
   (d) 114

(e) 110

4. (PUCCamp 2000) Considere os conjuntos:

   $\mathbb{N}$, dos números naturais,
   $\mathbb{Q}$, dos números racionais,
   $\mathbb{Q}_+$, dos números racionais não negativos,
   $\mathbb{R}$, dos números reais.

   O número que expressa

   (a) a quantidade de habitantes de uma cidade é um elemento de $\mathbb{Q}_+$, mas não de $\mathbb{N}$.

   (b) a medida da altura de uma pessoa é um elemento de $\mathbb{N}$.

   (c) a velocidade média de um veículo é um elemento de $\mathbb{Q}$, mas não de $\mathbb{Q}_+$.

   (d) o valor pago, em reais, por um sorvete é um elemento de $\mathbb{Q}$.

   (e) a medida do lado de um triângulo é um elemento de $\mathbb{Q}$.

5. (UFPE 1996) Na questão a seguir escreva nos parênteses a letra (V) se a afirmativa for verdadeira ou (F) se for falsa.

   A expressão $\left\{\frac{4}{\sqrt{3}-1} - \frac{4}{\sqrt{3}+1}\right\}$ é um número

   (a) ( ) real irracional.

   (b) ( ) natural divisível por 4.

   (c) ( ) natural par.

   (d) ( ) inteiro divisível por 3.

   (e) ( ) primo.

6. Um lojista gastou menos de R$ 2.100,00 na compra de 30 calças idênticas e 15 camisas, de modo que cada camisa custou R$ 24,00. Na compra seguinte, o comerciante gastou mais de R$ 1.430,00 na compra de 18 calças, iguais às da compra anterior, e 20 cintos, de modo que cada cinto custou R$ 22,00, e o preço de cada calça foi o mesmo da compra anterior. O preço de cada calça, em real, é um valor pertencente ao intervalo:

   (a) $[48, 52]$

   (b) $]48, 52[$

   (c) $[56, 57]$

   (d) $]56, 57[$

   (e) $]55, 58[$

7. (ENEM 2018) Uma empresa de comunicação tem a tarefa de elaborar um material publicitário de um estaleiro para divulgar um novo navio, equipado com um guindaste de 15 m de altura e uma esteira de 90 m de comprimento. No desenho desse navio, a representação do guindaste deve ter sua altura entre 0,5 cm e 1 cm, enquanto a esteira deve apresentar comprimento superior a 4 cm. Todo o desenho deverá ser feito em uma escala 1:X.

   (a) $X > 1500$.

   (b) $X < 3000$.

   (c) $1500 < X < 2250$.

   (d) $1500 < X < 3000$.

   (e) $2250 < X < 3000$.

8. (FAAP) Durante um programa nacional de imunização contra uma forma virulenta de gripe, representantes do ministério da Saúde constataram que o custo de vacinação de "x" por cento da população era de, aproximadamente, $f(x) = (150x)/(200 - x)$ milhões de reais.

   Para que valores de x, no contexto do problema, $f(x)$ tem interpretação prática?

   (a) $0 \leq x < 200$

   (b) $0 \leq x \leq 200$

   (c) $0 \leq x \leq 100$

   (d) $0 < x < 100$

   (e) $100 < x < 200$

9. (UEL - Adaptado) Desejo enviar uma mercadoria para Buenos Aires e consultei uma transportadora sobre preços de transporte aéreo de cargas. Recebi como resposta o fax a seguir

Despesas adicionais obrigatórias		Frete aéreo	
Agentes de Cargas:	R$ 100,00	Até 45 Kg	R$ 2,60 por Kg
INFRAERO:	R$ 10,00	Mais de 45 Kg, até 100 kg	R$ 2,30 por Kg
		Mais de 100 Kg	R$ 2,10 por Kg
Destino: Buenos Aires/Argentina		Obs.: Os Agentes de Cargas	
Cia Aérea: VIASUL		são os encarregados do embarque e desembarque	
Material: Bagagem desacompanhada		das mercadorias nos respectivos aeroportos.	

   A função que a cada valor x do peso da carga, em quilos, associa o preço P, em reais, pago pelo transporte dessa carga, é definida por:

   (a) $P(x) = 110 + 2,6x$ se $0 < x \leq 45$
   $P(x) = 110 + 2,3x$ se $45 < x \leq 100$
   $P(x) = 110 + 2,1x$ se $x > 100$

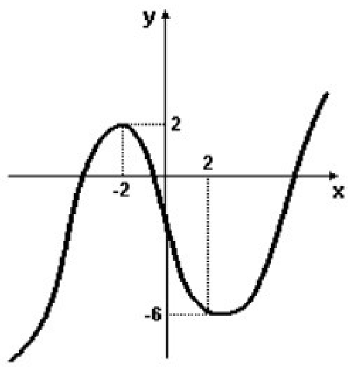
(b) $P(x) = 2,6x$ se $0 < x \leq 45$
$P(x) = 2,3x$ se $45 < x \leq 100$
$P(x) = 2,1x$ se $x > 100$

(c) $P(x) = 45 + 2,6x$ se $0 < x \leq 45$
$P(x) = 45 + 2,3x$ se $45 < x \leq 100$
$P(x) = 100 + 2,1x$ se $x > 100$

(d) $P(x) = 117x$ se $0 < x \leq 45$
$P(x) = 103,5x$ se $45 < x \leq 100$
$P(x) = 210x$ se $x > 100$

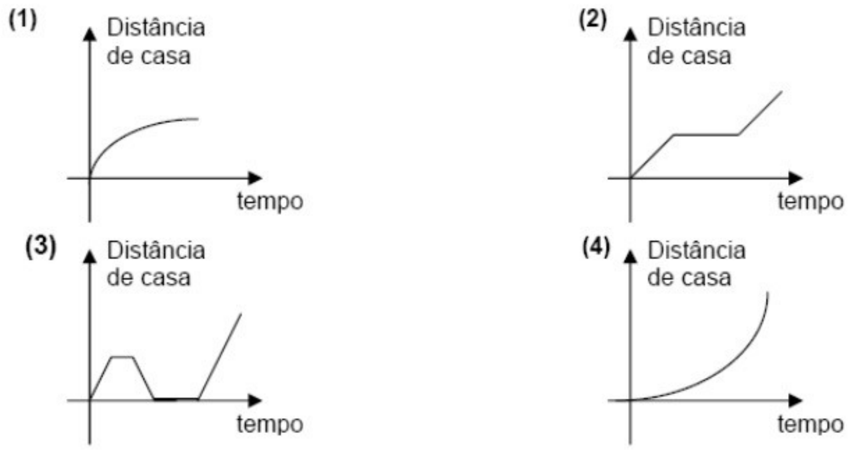
(e) $P(x) = 110 + 45x$ se $x < 2,6$
$P(x) = 110 + 45x$ se $x > 2,3$
$P(x) = 110 + 100x$ se $x < 2,1$

10. (UFRJ) A figura adiante representa o gráfico de uma certa função polinomial $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ que é decrescente em [-2, 2] e crescente em]-∞, -2] e em [2, $+\infty$[. Determine todos os números reais c para os quais a equação $f(x) = c$ admite uma única solução. Justifique.



Atividade com projetor

1. Relacione adequadamente um gráfico a cada situação relatada:



   (a) Eu tinha acabado de sair de casa, quando percebi que havia esquecido meus livros; então eu voltei para buscá-los.

   (b) Tudo ia bem até que o pneu furou.

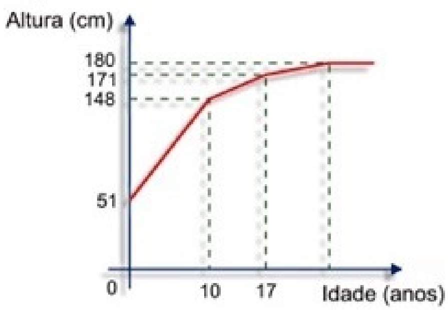
   (c) Eu iniciei calmamente, mas aumentei a velocidade quando me dei conta de que iria me atrasar.

   (d) Saí rapidamente de casa, mas comecei a andar mais lentamente para poder apreciar as vitrines das lojas.

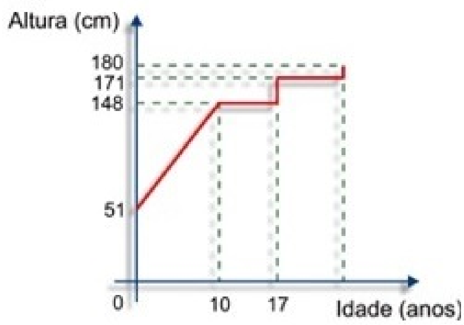
2. (ENEM 2010) Acompanhando o crescimento do filho, um casal constatou que, de 0 a 10 anos, a variação da sua altura se dava de forma mais rápida do que dos 10 aos 17 anos e, a partir de 17 anos, essa variação passava a ser cada vez menor, até se tornar imperceptível. Para ilustrar essa situação, esse casal fez um gráfico relacionando as alturas do filho nas idades consideradas.

   Que gráfico melhor representa a altura do filho desse casal em função da idade?

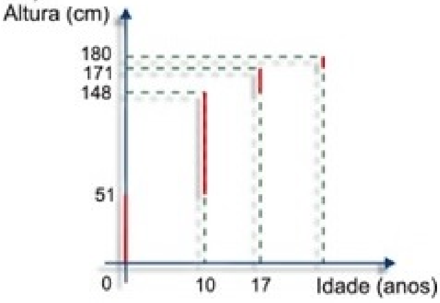
a)



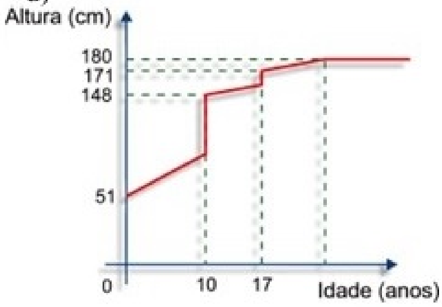
b)



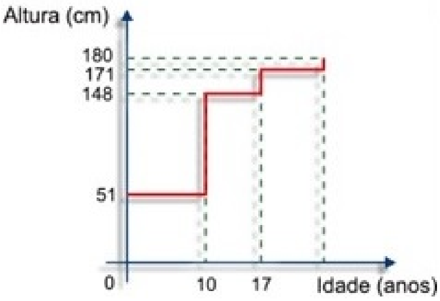
c)



d)

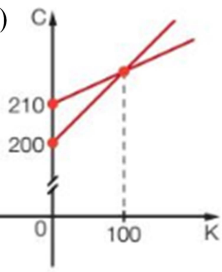


e)

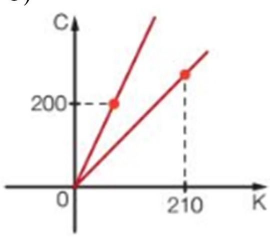


3. (UFPA 2008) Um fornecedor A oferece a um supermercado um certo produto com os seguintes custos: R$ 210,00 de frete mais R$ 2,90 por cada quilograma. Um fornecedor B oferece o mesmo produto, cobrando R$ 200,00 de frete mais R$ 3,00 por cada quilograma. O gráfico que representa os custos do supermercado com os fornecedores, em função da quantidade de quilogramas, é:

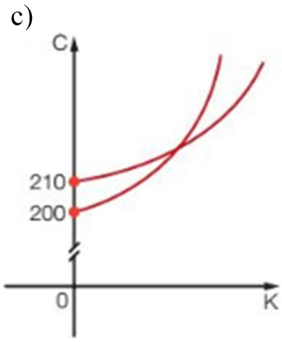
a)



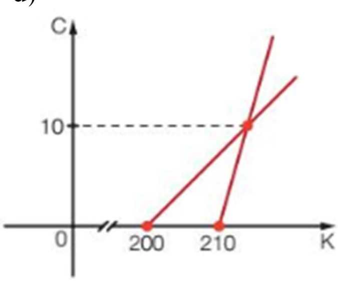
b)



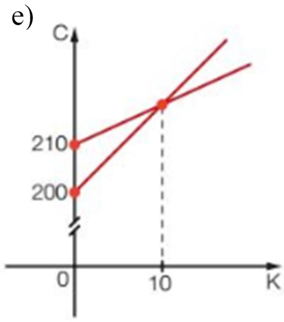
c)



d)



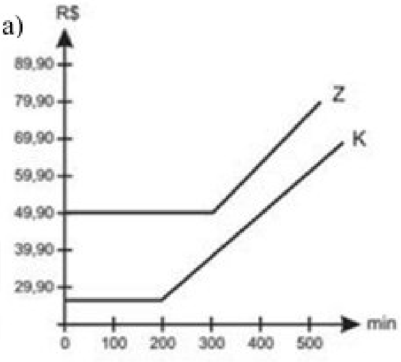
e)



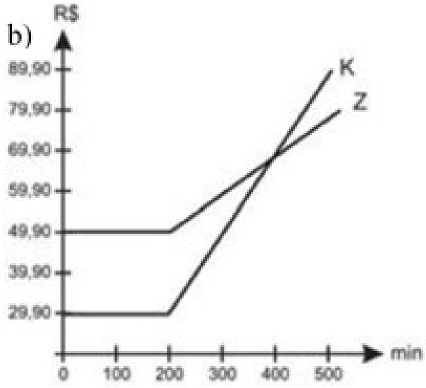
4. (ENEM 2011) Uma empresa de telefone fixa oferece dois planos aos seus clientes: no plano K, o cliente paga R$ 29,90 por 200 minutos mensais e R$ 0,20 por cada minuto

excedente; no plano Z, paga R$ 49,90 por 300 minutos mensais e R$ 0,10 por cada minuto excedente.

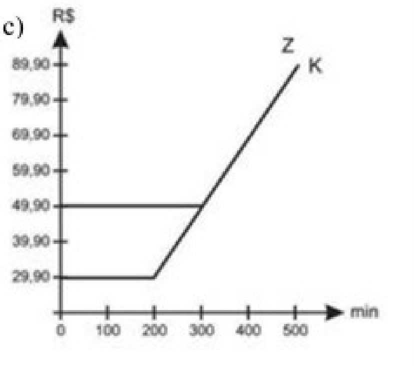
a)



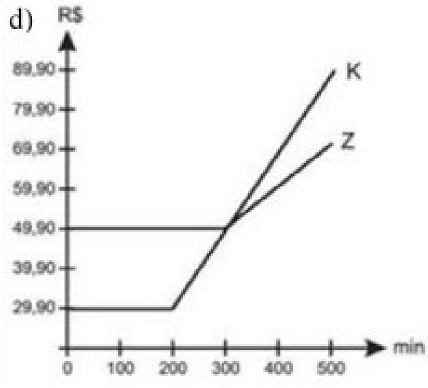
b)



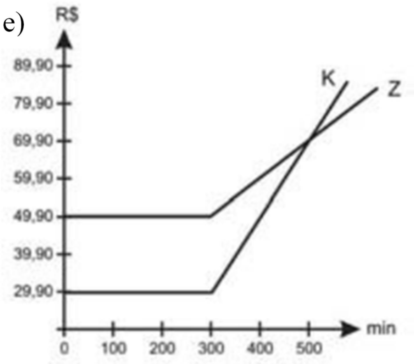
c)



d)



e)



5. (UFG 2009/2) A tabela abaixo mostra a evolução da área plantada e a produção de cana-de-açúcar no estado de Goiás, nas safras 2001/2002 a 2008/2009.

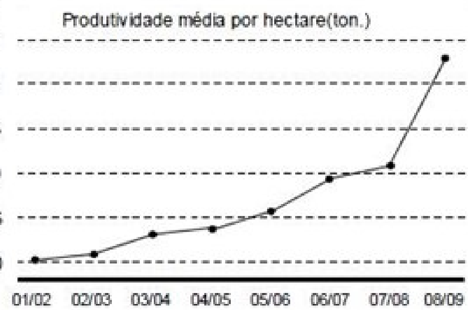
Evolução da cana-de-açúcar no Estado de Goiás

Safra	Área plantada (ha)	Produção (ton.)
01/02	129.921	10.253.497
02/03	203.865	11.674.140
03/04	168.007	12.907.592
04/05	176.328	14.001.079
05/06	200.048	15.642.125
06/07	237.547	19.049.550
07/08	281.800	20.800.000
08/09	339.200	33.100.000*

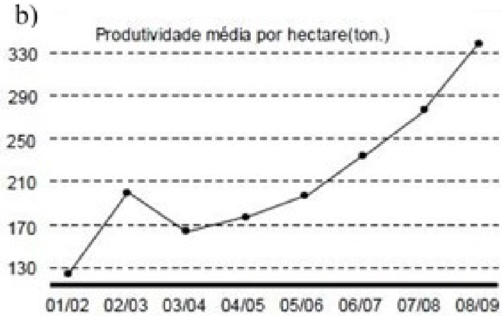
*estimativa Fonte: IBGE/SIFAEG,< www.ibge.gov.br>.

Analisando os dados apresentados, pode-se concluir que o gráfico que representa a produtividade média por hectare de cana-de-açúcar no período considerado é:

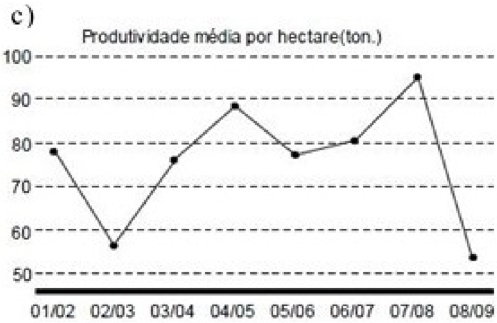
a)



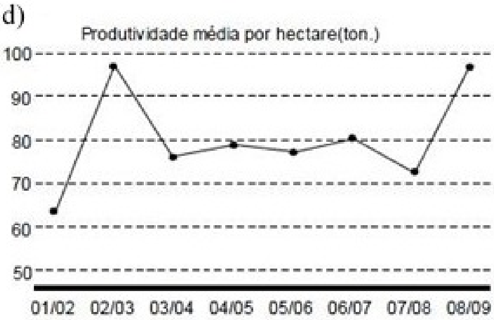
b)



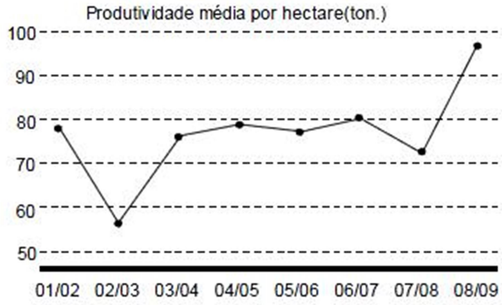
c)



d)

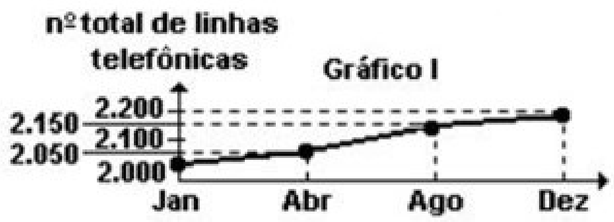


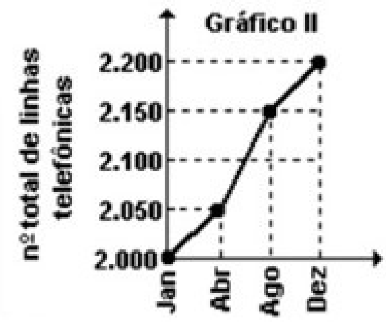
e)



Problemas posteriores a atividade do projetor

1. (Enem) Para convencer a população local da ineficiência da Companhia Telefônica Vilatel na expansão da oferta de linhas, um político publicou no jornal local o gráfico I, abaixo representado. A Companhia Vilatel respondeu publicando dias depois o gráfico II, onde pretende justificar um grande aumento na oferta de linhas. O fato é que, no período considerado, foram instaladas, efetivamente, 200 novas linhas telefônicas.





Analisando os gráficos, pode-se concluir que:

(a) o gráfico II representa um crescimento real maior do que o do gráfico I.

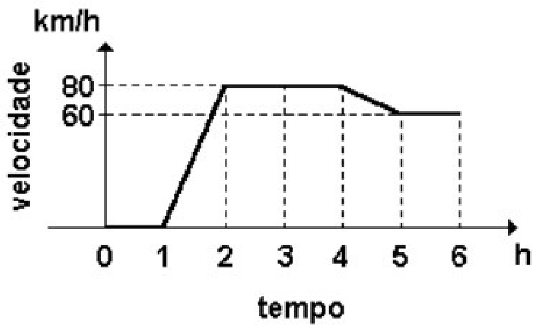
(b) o gráfico I apresenta o crescimento real, sendo o II incorreto.

(c) o gráfico II apresenta o crescimento real, sendo o I incorreto.

(d) a aparente diferença de crescimento nos dois gráficos decorre da escolha das diferentes escalas.

(e) os dois gráficos são incomparáveis, pois usam escalas diferentes.

2. (UNB) O gráfico adiante ilustra a velocidade de um veículo, em km/h, durante um período de 6 horas.

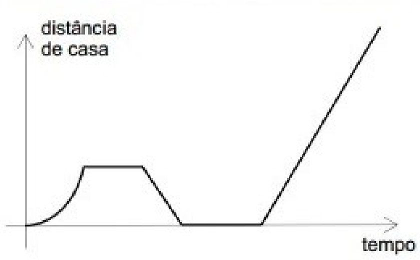


Analise o gráfico e julgue os itens seguintes.

(1) Entre 5 e 6 horas, o veículo esteve parado.
(4) O veículo desenvolveu uma velocidade maior que 70 km/h durante um período de 3 horas.
(8) Se o veículo apresenta um consumo de 1 litro de combustível a cada 10 km rodados, então foram gastos 33 litros de combustível em todo o percurso.
(16) A velocidade média, nas duas primeiras horas, foi de 20 km/h.

Problemas extras

1. (UFPR) Assinale a alternativa que apresenta a história que melhor se adapta ao gráfico.



(a) Assim que saí de casa lembrei que deveria ter enviado um documento para um cliente por e-mail. Resolvi voltar e cumprir essa tarefa. Aproveitei para responder mais algumas mensagens e, quando me dei conta, já havia passado mais de uma hora. Saí apressada e tomei um táxi para o escritório.

(b) Saí de casa e quando vi o ônibus parado no ponto corri para pegá-lo. Infelizmente o motorista não me viu e partiu. Após esperar algum tempo no ponto, resolvi voltar para casa e chamar um táxi. Passado algum tempo, o táxi me pegou na porta de casa e me deixou no escritório.

(c) Eu tinha acabado de sair de casa quando tocou o celular e parei para atendê-lo. Era meu chefe, dizendo que eu estava atrasado para uma reunião. Minha sorte é que nesse momento estava passando um táxi. Acenei para ele e poucos minutos depois eu já estava no escritório.

(d) Tinha acabado de sair de casa quando o pneu furou. Desci do carro, troquei o pneu e finalmente pude ir para o trabalho.

(e) Saí de casa sem destino – estava apenas com vontade de andar. Após ter dado umas dez voltas na quadra, cansei e resolvi entrar novamente em casa

2. (ENEM 2014) Os vidros para veículos produzidos por certo fabricante têm transparências entre 70% e 90%, dependendo do lote fabricado. Isso significa que, quando um feixe luminoso incide no vidro, uma parte entre 70% e 90% da luz consegue atravessá-lo. Os veículos equipados com vidros desse fabricante terão instaladas, nos vidros das portas, películas protetoras cuja transparência, dependendo do lote fabricado, estará entre 50% e 70%. Considere que uma porcentagem P da intensidade da luz, proveniente de uma fonte externa, atravessa o vidro e a película.

   De acordo com as informações, o intervalo das porcentagens que representam a variação total possível de P é

   (a) $[35; 63]$

   (b) $[40; 63]$

   (c) $[50; 70]$

   (d) $[50; 90]$

   (e) $[70; 90]$

3. As capacidades máximas de produção mensal de duas indústrias, A e B, são de 300 e 400 quilolitros de azeite, respectivamente. Para que a indústria A apresente lucro, sua produção mensal deve ser de, pelo menos, 100 quilolitros; e, para que a indústria B apresente lucro, sua produção mensal deve exceder 200 quilolitros. Se no mês passado as duas indústrias produziram a mesma quantidade x, em quilolitros de azeite, e ambas apresentaram lucro, pode-se afirmar que:

   (a) $x \in]200, 300]$

   (b) $x \in [200, 300]$

   (c) $x \in]200, 300[$

   (d) $x \in [100, 400]$

   (e) $x \in]200, 400]$

4. (UFF-RJ) Foram enviadas para dois testes em um laboratório 150 caixas de leite de uma determinada marca. No teste de qualidade, 40 caixas foram reprovadas por conterem elevada taxa de concentração de formol. No teste de medida, 60 caixas foram reprovadas por terem volume inferior a 1 litro. Sabendo-se que apenas 65 caixas foram aprovadas nos dois testes, pode-se concluir que o número de caixas que foram reprovadas em ambos os testes é igual a:

   (a) 15
   (b) 20
   (c) 35
   (d) 85
   (e) 100

5. (UFF-RJ) Dentre as espécies ameaçadas de extinção na fauna brasileira, há algumas que vivem somente na Mata Atlântica, outras que vivem somente fora da Mata Atlântica e, há ainda, aquelas que vivem tanto na Mata Atlântica como fora dela. Em 2003, a revista Terra publicou alguns dados sobre espécies em extinção na fauna brasileira: havia 160 espécies de aves, 16 de anfíbios, 20 de répteis e 69 de mamíferos, todas ameaçadas de extinção. Dessas espécies, 175 viviam somente na Mata Atlântica e 75 viviam somente fora da Mata Atlântica. Conclui-se que, em 2003, o número de espécies ameaçadas de extinção na fauna brasileira, citadas pela revista Terra, que viviam tanto na Mata Atlântica como fora dela, corresponde a:

   (a) 0
   (b) 5
   (c) 10
   (d) 15
   (e) 20

6. (UF-ES) Existem nas cidades brasileiras, 18 milhões de pessoas sem abastecimento de água potável, 93 milhões sem redes de esgoto sanitários e 14 milhões sem coleta de lixo. Admita que 103 milhões dessas pessoas carecem de pelo menos um desses serviços públicos e que 6 milhões não usufruem de nenhum desses serviços. O número de pessoas, em milhões, que usufruem exatamente um desses serviços é:

   (a) 8
   (b) 10
   (c) 12

(d) 14

(e) 16

Referências

ECCHER, Jaceli. **Conjuntos numéricos:** Números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais. Disponível em: https://blogdoenem.com.br/conjuntos-numericos/. Acesso em: 04 maio 2019.

EXERCÍCIOS de intervalos reais: ENEM 2014. ENEM 2014. Disponível em: https://www.stoodi.com.br/exercicios/matematica/intervalos-reais/os-vidros-para-veiculosproduzidos-por-certo-fabricante-tem-transparencias/. Acesso em: 04 maio 2019.

EXERCÍCIOS de matemática: Conjuntos numéricos. Projeto Medicina. Disponível em: http://projetomedicina.com.br/site/attachments/article/436/matematica_conjuntos_numericos_exercicios.pdf. Acesso em: 04 maio 2019.

EXERCÍCIOS de matemática: Funções - Gráficos. Projeto Medicina. Disponível em: http://projetomedicina.com.br/site/attachments/article/436/matematica_conjuntos_numericos_exercicios.pdf. Acesso em: 04 maio 2019.

EXERCÍCIOS sobre operações com conjuntos. Disponível em: https://exercicios.mundoeducacao.bol.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobreoperacoes-com-conjuntos.htm. Acesso em: 04 maio 2019.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar, 1:** Conjuntos e funções. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

MESQUIARI, Luiz Antonio. **Guia do professor:** As desventuras da Mãe Joana. Disponível em: https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1088. Acesso em: 04 maio 2019.

LEONARDO, Fabio Martins de. **Conexões com a matemática.** 2 ed. São Paulo: Moderna, 2013.

PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva.** 2 ed. São Paulo: Moderna, 2013.

QUESTÃO 169. Disponível em: https://descomplica.com.br/gabaritoenem/questoes/2018/segundo-dia/os-valores-possiveis-para-x-sao-apenas/. Acesso em: 04 maio 2019.

2.2.2 RELATO DO 5º ENCONTRO - 18/05/2019

Iniciamos com os preparativos da sala, organizando as carteiras duas a duas, para a formação dos grupos. O encontro contou com a presença de 37 estudantes, sendo 11 meninos e 26 meninas.

Começamos a aula, às 8h00, conforme o planejado, perguntando aos discentes “O que é conjunto?” e anotando suas ideias. Nessa atividade, eles foram pouco participativos. Na sequência trouxemos as definições previstas.

Em seguida, dividimos o quadro em 6 partes, na qual 5 consistiam em conjuntos numéricos, e entregamos aos 12 grupos existentes alguns números para que colocassem no conjunto que achassem adequado. Nessa atividade, esperávamos que os alunos nos questionassem a respeito de números que poderiam estar em mais de um conjunto, porém, depois que todos colocaram, nós que tivemos que questioná-los para seguir com a ideia de subconjunto. Notamos, também, que houve muita dúvida sobre em qual local as frações negativas se enquadrariam, tendo algumas colocadas no conjunto dos números irracionais. Durante a correção, reposicionamo-las no conjunto dos racionais, frisando as definições de números racionais e irracionais.

Logo após entregamos a lista e deixamos eles resolvendo. Nas questões iniciais, apresentaram dúvidas sobre quais operações usar quando havia conjuntos com interseções. Muitos fizeram a soma de todos os dados, sem levar em conta que devido a uma interseção, nessa operação haveria uma soma repetida. Durante as correções, enfatizamos os motivos pelos quais não seria possível apenas somar todos os elementos. Devido a isso, houve um atraso no cronograma, ocorrendo na sequência o intervalo.

Depois do intervalo, prosseguimos com a atividade interativa utilizando o projetor. Aqui todos participaram em conjunto, com várias colocações relevantes às análises. Além disso, o tempo utilizado foi menor que o planejado, o que nos possibilitou retornar com as correções das questões previstas para antes do intervalo.

Na questão 5, observamos que a maioria a analisou superficialmente, o que gerou respostas divergentes. Na correção, retomamos as ideias relacionadas a operações com frações. Após a obtenção do resultado, a nova análise foi ágil e certeira.

Referente a questão 6, pudemos notar muitas dúvidas sobre o conteúdo de intervalos, o que nos fez resolvê-la no quadro detalhadamente enfatizando as definições. A questão 7 também envolvia a ideia de intervalo além de trazer o conteúdo de escala, já estudado em aulas anteriores. Novamente trouxemos a definição ao quadro, pois muitos ainda apresentavam dúvidas. Depois de aparentarem não possuírem mais dificuldades com relação a isso, passamos a lidar com o intervalo, analisando cada uma das alternativas.

2.2.3 PLANO DE AULA - 6º ENCONTRO - 25/05/2019

Público-alvo: Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução: Um encontro com duração de 4 horas-aula.

Objetivo geral: Preparar o aluno para lidar com questões de ENEM e vestibulares, desenvolver habilidades de interpretação e tratamento de dados e reconhecer os conteúdos matemáticos em seu cotidiano.

Objetivos específicos: Ao se trabalhar com função afim e função quadrática, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Reconhecer problemas que possam ser modelados por funções afim;
- Reconhecer a característica da representação gráfica da função afim a partir da lei de formação;
- Reconhecer a função afim a partir de sua representação gráfica.

Conteúdo: Função afim e introdução de função quadrática.

Recursos didáticos: Material impresso, quadro, giz, folhas sulfites, lápis, canetas, projetor, trena, cronômetro, protótipo de foguete.

Encaminhamento metodológico:

1. Anteriormente ao início da aula, deixaremos as carteiras organizadas de modo que os alunos sentem em grupos de quatro integrantes.
2. Após entregar a lista, pediremos para que os discentes resolvam as questões 1 e 2. (10 min.)
3. Na sequência, definiremos função afim,
    - Uma função $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ chama-se função afim quando existem números reais a e b, tais que $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$, para todo $\forall\, x \in \mathbb{R}$.

    utilizando como exemplificações as questões anteriores. (10 min.)
4. Em seguida, solicitaremos aos alunos que resolvam as questões 3, 4, 5, 6, 7 e 8, socializando as respostas e resolvendo quando necessário. (80 min.)
5. Intervalo.

6. Continuaremos com a resolução da lista até a questão 11, apresentando os gráficos das funções. (30 min.)

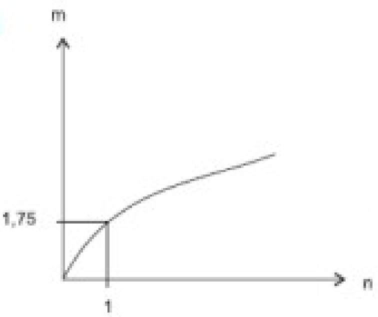
7. Na sequência, faremos uma atividade investigativa, utilizando um protótipo de foguete composto por uma garrafa pet, cano PVC $3/4$ pol., papel cartolina e papel alumínio. Com esta atividade buscamos concluir o conceito de função afim, utilizando a função da distância em relação ao tempo, e, ainda, introduzir o conceito de função quadrática, a partir da função da altura em relação à distância. Instruiremos os estudantes a analisar o experimento baseando-se no roteiro que entregaremos. (70 min.)

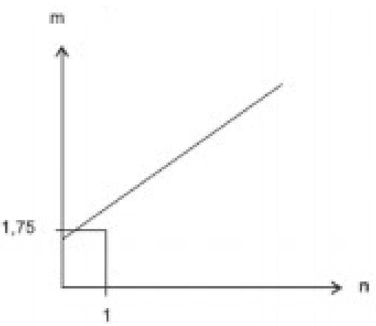
Avaliação: Será avaliado a participação durante as atividades e a demonstração de compreensão referente ao conteúdo.

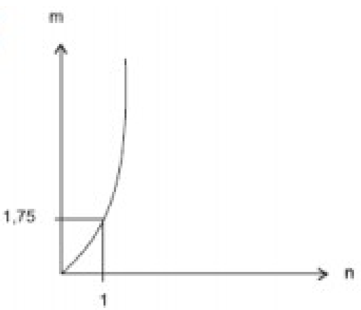
Materiais para aula

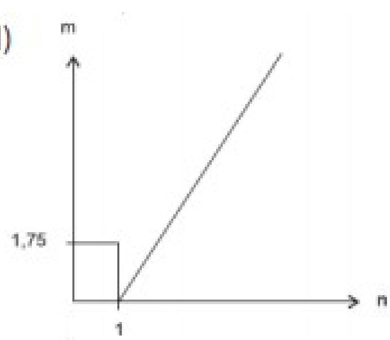
Problemas para aula:

1. (ENEM 2011) As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independente da época ou variação de preço, certa fruta custa R$ 1,75 o quilograma. Dos gráficos a seguir, o que representa o preço m pago em reais pela compra de n quilogramas desse produto é:

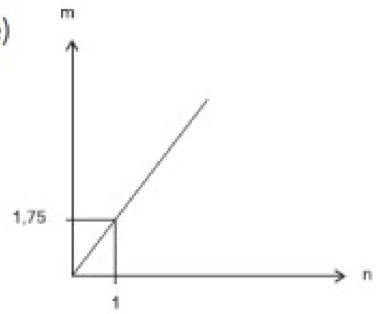
a)


b)


c)


d)


e)



2. (ENEM 2010-2) Em fevereiro, o governo da Cidade do México, metrópole com uma das maiores frotas de automóveis do mundo, passou a oferecer à população bicicletas como opção de transporte. Por uma anuidade de 24 dólares, os usuários têm direito a 30 minutos de uso livre por dia. O ciclista pode retirar em uma estação e devolver em qualquer outra e, se quiser estender a pedalada, paga 3 dólares por hora extra. (Revista Exame. 21 abr. 2010.)

   A expressão que relaciona o valor f pago pela utilização da bicicleta por um ano, quando se utilizam x horas extras nesse período é:

   (a) $f(x) = 3x$
   (b) $f(x) = 24$
   (c) $f(x) = 27$
   (d) $f(x) = 3x + 24$
   (e) $f(x) = 24x + 3$

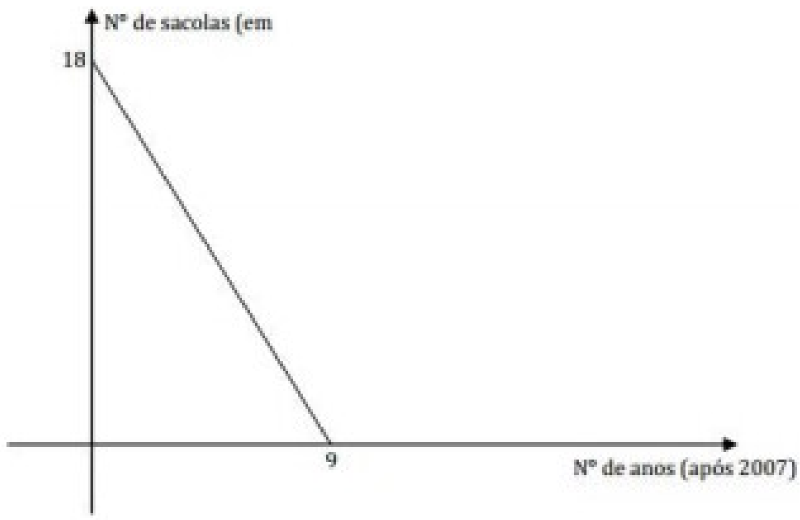
3. (LEONARDO 2013) Um marceneiro vende alguns modelos de armário para cozinha ao preço de R\$ 450,00 a unidade. Ele gasta com matéria-prima um valor fixo mensal de R\$ 2.250,00, além de R\$ 75,00 de mão de obra por armário produzido. Escreva a expressão que relaciona o valor das vendas com o número de armários vendidos.

4. (UNICAMP) Numa escola é adotado o seguinte critério: a nota da primeira prova é multiplicada por 1, a nota da segunda prova é multiplicada por 2 e a nota da terceira prova é multiplicada por 3. Os resultados após somados, são divididos por 6. Se a média obtida por esse critério for maior ou igual a 6,5 o aluno é dispensado das atividades de recuperação. Suponha que um aluno tenha tirado 6,3 na primeira prova e 4,5 na segunda prova. Quanto precisará tirar na terceira prova para ser dispensado da recuperação?

5. (UNESP) Carlos trabalha como DJ e cobra uma taxa fixa de R\$ 100,00, mais R\$ 20,00 por hora, para animar uma festa. Daniel, na mesma função, cobra uma taxa fixa de R\$ 55,00, mais R\$ 35,00 por hora. Calcule o tempo máximo de duração de uma festa, para que a contratação de Daniel não fique mais cara que a de Carlos.

6. (UEPA) Nas feiras de artesanato de Belém do Pará, é comum, no período natalino, a venda de árvores de natal feitas com raiz de patchouli. Um artesão paraense resolveu incrementar sua produção investindo R$ 300,00 na compra de matéria-prima para confeccioná-las ao preço de custo de R$ 10,00 a unidade. Com a intenção de vender cada árvore ao preço de R$ 25,00, quantas deverá vender para obter lucro?

7. (ENEM 2010/2) As sacolas plásticas sujam florestas, rios e oceanos e quase sempre acabam matando por asfixia peixes, baleias e outros animais aquáticos. No Brasil, em 2007, foram consumidas 18 bilhões de sacolas plásticas. Os supermercados brasileiros se preparam para acabar com as sacolas plásticas até 2016. Observe o gráfico a seguir, em que considera a origem como o ano de 2007.

   De acordo com as informações, quantos bilhões de sacolas plásticas serão consumidos em 2011?

   (a) 4,0

   (b) 6,5

   (c) 7,0

   (d) 8,0

   (e) 10,0

8. (ENEM 2013) As projeções para a produção de arroz no período de 2012 - 2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeção da produção (ton.)
2012	50,25
2013	R$ 51,50
2014	R$ 52,75
2015	R$ 54,00

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de

(a) 497,25

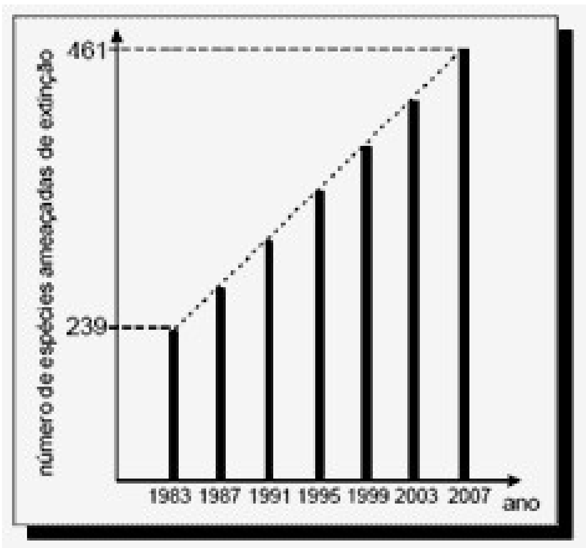
(b) 500,85

(c) 502,85

(d) 558,75

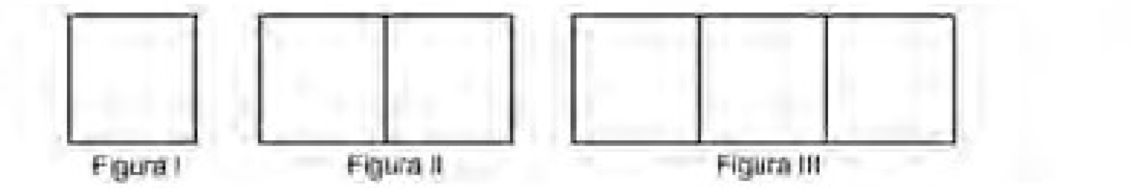
(e) 563,25

9. (ENEM 2007) O gráfico, obtido a partir de dados do Ministério do Meio Ambiente, mostra o crescimento do número de espécies da fauna brasileira ameaçadas de extinção.



Se mantida, pelos próximos anos, a tendência de crescimento mostrada no gráfico, o número de espécies ameaçadas de extinção em 2011 será igual a quanto?

10. (ENEM 2010) Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir.



Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?

(a) $C = 4Q$

(b) $C = 3Q + 1$

(c) $C = 4Q + 1$

(d) $C = Q + 3$

(e) $C = 4Q - 2$

11. (ENEM 2011) O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4300 vagas no setor, totalizando 880605 trabalhadores com carteira assinada.
Disponível em: http://www.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano. Considerando-se que *y* e *x* representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é

(a) $y = 4300x$

(b) $y = 884905x$

(c) $y = 872005 + 4300x$

(d) $y = 876305 + 4300x$

(e) $y = 880605 + 4300x$

Roteiro da atividade investigativa:

- Anotar os dados que acharem relevantes do lançamento do foguete.
- Repetir o lançamento e as anotações algumas outras vezes.
- Anotar o que foi possível perceber.

- Referente ao primeiro lançamento:
  - Obter a função que descreve a distância em relação ao tempo;
  - Estimar a altura máxima;
  - Obter a distância terrestre em que a altura é máxima;
  - Obter a função que descreve a altura em relação à distância.

Problemas extras

1. (ENEM 2011) O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33000 passagens; em fevereiro, 34500; em março, 36000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes.

   Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

   (a) 38000

   (b) 40500

   (c) 41000

   (d) 42000

   (e) 48000

2. (Mackenzie 2009)

Locadora	Taxa fixa	Preço por quilômetro percorrido
X	R$ 50,00	R$ 1,20
Y	R$ 56,00	R$ 0,90

   Observando os dados anteriores, referente aos valores cobrados por duas locadoras X e Y de veículos, é CORRETO afirmar que,

   (a) para exatamente 20 quilômetros percorridos, esses valores são iguais.

   (b) a partir de 20 quilômetros rodados, o custo total em X é menor do que em Y.

   (c) para X, o custo total é sempre menor.

   (d) a partir de 15 quilômetros rodados, o custo total em Y é menor do que em X.

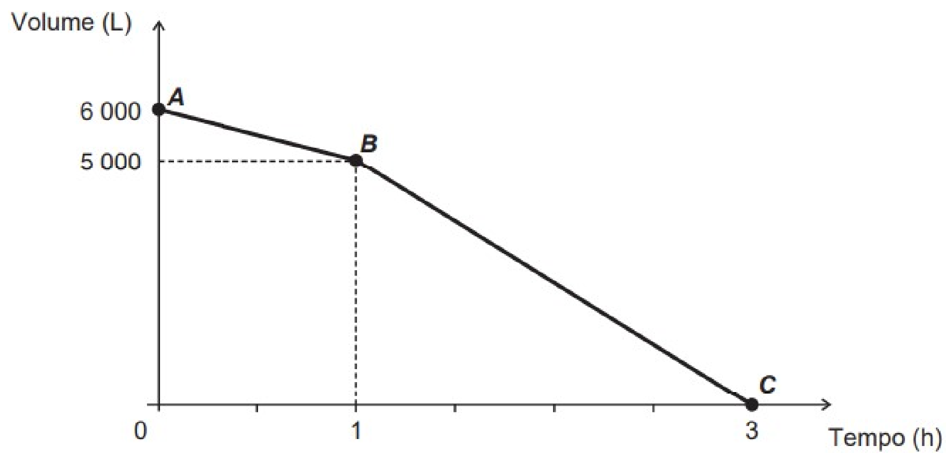
   (e) até 32 quilômetros rodados, o custo total em X é menor do que em Y.

3. (ENEM 2011) O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou R$ 100.000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R$ 350 000,00, enquanto a segunda cobrou R$ 120.000,00 por km construído (n) acrescido de um valor fixo de R$ 150.000,00.

   As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada.

   Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas apresentadas?

4. (ENEM 2016) Uma cisterna de 6 000 L foi esvaziada em um período de 3 h. Na primeira hora foi utilizada apenas uma bomba, mas nas duas horas seguintes, a fim de reduzir o tempo de esvaziamento, outra bomba foi ligada junto com a primeira.



   O gráfico, formado por dois segmentos de reta, mostra o volume de água presente na cisterna, em função do tempo.

   Qual é a vazão, em litro por hora, da bomba que foi ligada no início da segunda hora?

   (a) 1000
   (b) 1250
   (c) 1500
   (d) 2000
   (e) 2500

5. (IFPE 2014) Os volumes de água V, medidos em litros, em dois reservatórios A e B, variam em função do tempo t, medido em minutos, de acordo com as seguintes relações:

$$V_A(t) = 200 + 3t \text{ e } V_B = 5000 - 3t$$

Determine o instante t em que os reservatórios estarão com o mesmo volume.

(a) $t = 500$ minutos.

(b) $t = 600$ minutos.

(c) $t = 900$ minutos.

(d) $t = 700$ minutos.

(e) $t = 800$ minutos.

Referências

BLOGDOENEM. Disponível em: https://blogdoenem.com.br/equacao-de-primeirograu-simulado-matematica/. Acesso em: 13 maio. 2019.

EDUCAÇÃO.GLOBO.COM. Disponível em: http://educacao.globo.com/provas/enem-2013/questoes/149.html. Acesso em: 13 maio. 2019.

IEZZI, Gelson. **Fundamento de matemática elementar, 1:** Conjuntos e funções. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

LEONARDO, Fabio Martins de. **Conexões com a matemática**. 2 ed. São Paulo: Moderna, 2013.

MUNDOEDU. Disponível em: https://mundoedu.com.br/uploads/pdf/5972a66597ad8.pdf. Acesso em: 13 maio. 2019.

PROFCARDY. Disponível em: http://www.profcardy.com/exercicios/lista.php?a=Raz\%C3\%A3o\%20e\%20Propor\%C3\%A7\%C3\%A3o. Acesso em: 13 maio. 2019.

STOODI. Disponível em: https://www.stoodi.com.br/exercicios/enem/outros/questao/o-grafico-obtido-a-partirde-dados-do-ministerio-do/. Acesso em: 13 maio 2019.

2.2.4 RELATO DO 6º ENCONTRO - 25/05/2019

Iniciamos com os preparativos da sala, organizando as carteiras duas a duas, para a formação dos grupos e realizando marcações no "eixo y" para a atividade do foguete, a fim de facilitar a estimativa solicitada. O encontro contou com a presença de 27 estudantes, sendo 11 meninos e 16 meninas.

Começamos a aula, às 8h00, conforme o planejado, entregando a lista e solicitando para que eles começassem a resolvê-la. Na primeira questão, exercício de reconhecimento de gráfico, achávamos que não seria necessário resolvê-la em quadro, devido à facilidade que os estudantes apresentaram, na aula anterior, em uma atividade de mesmo objetivo. Porém, ao circularmos entre os grupos, notamos muitas respostas divergentes o que nos levou a corrigi-la com a turma. Em seguida, perguntamos sobre a segunda questão e obtivemos respostas satisfatórias, o que fez com que não a resolvêssemos.

Na sequência, definimos função afim e a partir dela, retomamos os conceitos abordados na aula anterior, como por exemplo domínio, imagem, intervalo etc. Seguimos com os problemas 3, 4 e 5. Alguns alunos demoraram mais para visualizar estratégias de resoluções, o que atrasou um pouco o nosso planejamento.

Após o intervalo corrigimos as questões 6, 7, 8 e 9 e devido ao tempo, deixamos de abordar as duas últimas questões previstas. Em seguida iniciamos a atividade investigativa do foguete, apresentando as instruções e entregando o roteiro de estudo. Tivemos que realizar o experimento algumas vezes até que fosse possível realizar a análise esperada. Nessa etapa, limitamos nossa atuação, com a intenção de que eles conseguissem conjecturar alguns conceitos que ainda serão trabalhados.

2.2.5 PLANO DE AULA - 7º ENCONTRO - 01/06/2019

Público-alvo: Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução: Um encontro com duração de 4 horas-aula.

Objetivo geral: Preparar o aluno para lidar com questões de ENEM e vestibulares, desenvolver habilidades de interpretação e tratamento de dados e reconhecer os conteúdos matemáticos em seu cotidiano.

Objetivos específicos: Ao se trabalhar com função afim e função quadrática, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Reconhecer problemas que possam ser modelados por funções quadráticas;
- Reconhecer a característica da representação gráfica da função quadrática a partir da lei de formação;
- Reconhecer a função quadrática a partir de sua representação gráfica.

Conteúdo: Função quadrática.

Recursos didáticos: Material impresso, quadro, giz, folhas sulfites, lápis, canetas, régua, projetor.

Encaminhamento metodológico:

1. Anteriormente ao início da aula, deixaremos as carteiras organizadas de modo que os alunos sentem em grupos de quatro integrantes.

2. Iniciaremos a aula com a retomada da atividade investigativa do encontro anterior, socializando as produções dos grupos, mostrando o processo, utilizando o projetor, para obter o que a atividade pedia, juntamente com as conceituações dos conteúdos que foram abordados.

   - Raiz de uma função é qualquer $x \in D(f)$ em que $f(x) = 0$.
   - Uma função $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ chama-se função quadrática, ou função polinomial do 2º grau, quando existem números reais *a*, *b* e *c*, com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$.
   - Todo polinômio $P(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x^1 + a_0$ de grau n maior ou igual a 1, pode ser fatorado da seguinte forma,

$$P(x) = a_n(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \cdots (x - \alpha_n)$$

Sendo a_n o coeficiente do termo de maior grau e $\alpha_1, \alpha_2, ...\ \alpha_n$ as raízes desse polinômio.

- As coordenadas do vértice de uma parábola, gráfico da função quadrática, cuja lei é $f(x) = ax^2 + bx + c$, são dadas por $x_v = -\frac{b}{2a}$ e $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$.

Durante tal retomada, realizaremos uma atividade interativa de interpretação de dados juntamente com gráficos. (70 min.)

3. Em seguida, solicitaremos aos discentes que resolvam as questões 1, 2, 3 e 4, corrigindo-as quando necessário. (30 min.)

4. Intervalo.

5. Continuaremos com as questões da lista, 5, 6 e 7, após as resoluções traremos o conceito de raiz, método resolutivo para equação de segundo grau e quantia de raízes possíveis.

   - Os zeros ou raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ são os valores de x reais, tais que $f(x) = 0$.
   - Método resolutivo para equação de segundo grau:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

   -

$$ax^2 + bx + c = 0 \iff \begin{cases} \Delta > 0 \Longrightarrow x \quad = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ ou\ x = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \\ \qquad \Delta < 0 \Longrightarrow \text{Não existem raizes reais} \end{cases}.$$

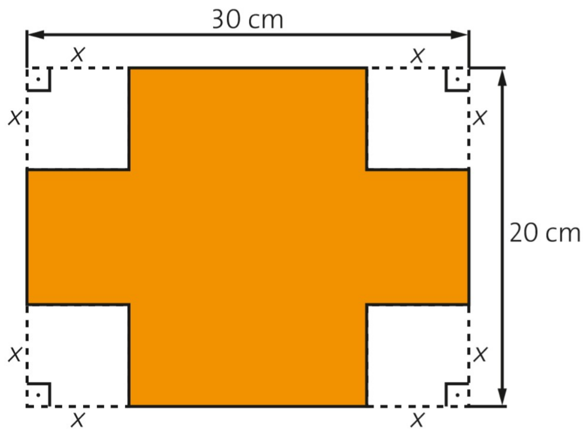
(30 min.)

6. Seguiremos com as próximas questões da lista, corrigindo-as quando necessário. (30 min.)

7. Para finalizarmos, traremos uma atividade avaliativa. (40 min.)

Avaliação: A avaliação será composta por uma atividade que envolve o conteúdo de funções. Nela será dado o seguinte problema:

De uma folha de papel retangular de 30 cm por 20 cm são retirados, de seus quatro cantos, quadrados de lado x.



a. Determine a expressão que indica a área da parte que sobrou em função de x.

b. É possível retirar as quatro regiões quadradas dos cantos com lados de medida 11 cm?

c. Qual deve ser a área de cada uma das quatro regiões quadradas para que a área restante corresponda a 7/8 da área inicial?

d. Esboce o gráfico da expressão obtida em (a).

e. Retirando os quatro quadrados de lado x, é possível montar uma caixa.

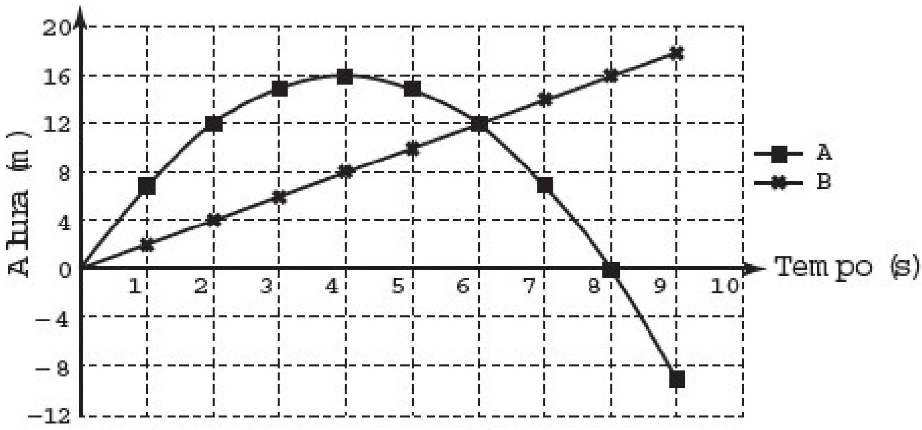
f. Determinar a expressão que indica o perímetro da base da caixa.

Com tal atividade pretende-se verificar o desempenho e compreensão de cada grupo referente aos conceitos abordados.

Materiais para aula

Problemas para aula:

1. (ENEM 2016) Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo, nas simulações realizadas.



Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado.

Para alcançar o objetivo, o coeficiente angular da reta que representa a trajetória de B deverá

(a) diminuir em 2 unidades.

(b) diminuir em 4 unidades.

(c) aumentar em 2 unidades.

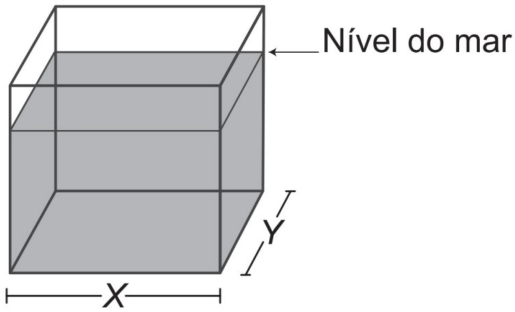
(d) aumentar em 4 unidades.

(e) aumentar em 8 unidades.

2. (ENEM 2009 - Adaptada) Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros. Considerando x o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e V o valor, em R$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então qual a expressão que relaciona V e x?

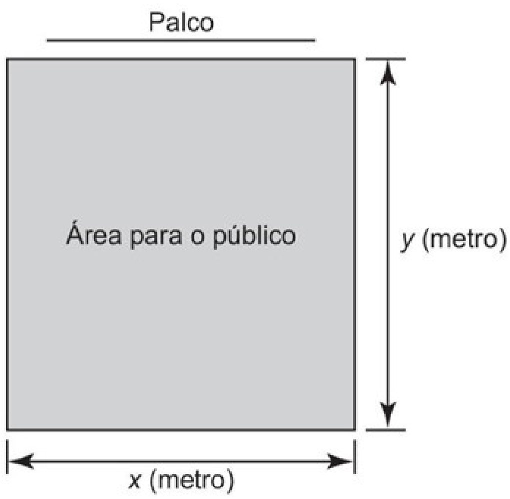
3. (Cesgranrio) O diretor de uma orquestra percebeu que, com o ingresso a R$ 9,00 em média 300 pessoas assistem aos concertos e que, para cada redução de R$ 1,00 no preço dos ingressos, o público aumenta de 100 espectadores. Qual deve ser o preço para que a receita seja máxima?

4. (ENEM 2017) Viveiros de lagostas são construídos, por cooperativas locais de pescadores, em formato de prismas reto-retangulares, fixados ao solo e com telas flexíveis de mesma altura, capazes de suportar a corrosão marinha. Para cada viveiro a ser construído, a cooperativa utiliza integralmente 100 metros lineares dessa tela, que é usada apenas nas laterais.



Quais devem ser os valores de X e de Y, em metro, para que a área da base do viveiro seja máxima?

5. (ENEM 2016) Dispondo de um grande terreno, uma empresa de entretenimento pretende construir um espaço retangular para shows e eventos, conforme a figura.



A área para o público será cercada com dois tipos de materiais:

- nos lados paralelos ao palco será usada uma tela do tipo A, mais resistente, cujo valor do metro linear é R$ 20,00;
- nos outros dois lados será usada uma tela do tipo B, comum, cujo metro linear custa R$ 5,00.

A empresa dispõe de R$ 5000,00 para comprar todas as telas, mas quer fazer de tal maneira que obtenha a maior área possível para o público.

A quantidade de cada tipo de tela que a empresa deve comprar é

(a) 50,0 m da tela tipo A e 800,0 m da tela tipo B

(b) 62,5 m da tela tipo A e 250,0 m da tela tipo B

(c) 100,0 m da tela tipo A e 600,0 m da tela tipo B

(d) 125,0 m da tela tipo A e 500,0 m da tela tipo B

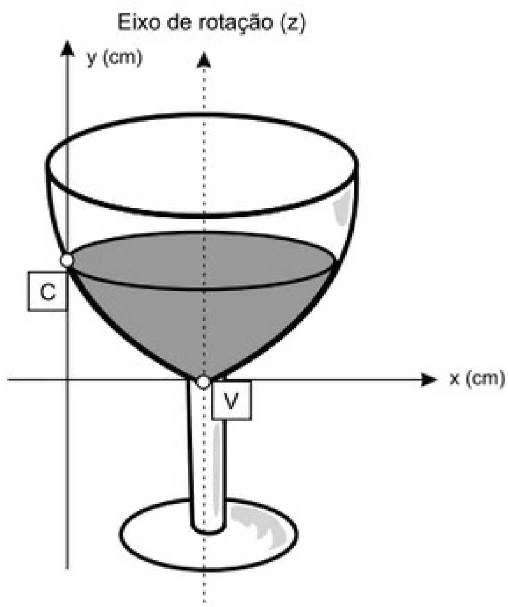
(e) 200,0 m da tela tipo A e 200,0 m da tela tipo B

6. (ENEM 2016 - Adaptado) Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número f de infectados é dado pela função $f(t) = -2t^2 + 120t$ (em que t é expresso em dia e $t = 0$ é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia.

   A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1 600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer.

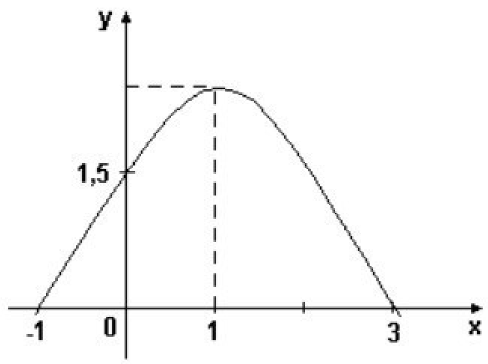
   A segunda dedetização começou em que dia?

7. (ENEM 2013) A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z, conforme mostra a figura. A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$, onde *C* é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V, na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x.



   Nessas condições, qual a altura do líquido contido na taça, em centímetros?

8. (UEL) Seja a função f, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, dada pelo gráfico seguinte.



O conjunto imagem de f é

(a) $\mathbb{R}$

(b) $\{y \in \mathbb{R}|0 \leq y \leq 1,5\}$

(c) $\{y \in \mathbb{R}|0 \leq y \leq 1,8\}$

(d) $\{y \in \mathbb{R}|y \leq 2\}$

(e) $\{y \in \mathbb{R}|y \leq 1,8\}$

9. (ENEM 2014) Um professor, depois de corrigir as provas de sua turma, percebeu que várias questões estavam muito difíceis. Para compensar, decidiu utilizar uma função polinomial f, de grau menor que 3, para alterar as notas x da prova para notas $y = f(x)$, da seguinte maneira:

- A nota zero permanece zero.
- A nota 10 permanece 10.
- A nota 5 passa a ser 6.

A expressão da função $y = f(x)$ a ser utilizada pelo professor é

(a) $y = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{7}{5}x$

(b) $y = -\frac{1}{10}x^2 + 2x$

(c) $y = \frac{1}{24}x^2 + \frac{7}{12}x$

(d) $y = \frac{4}{5}x + 2$

(e) $y = x$

10. (ENEM 2017) A Igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha, em Belo Horizonte, possui abóbadas

parabólicas. A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A Figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos.

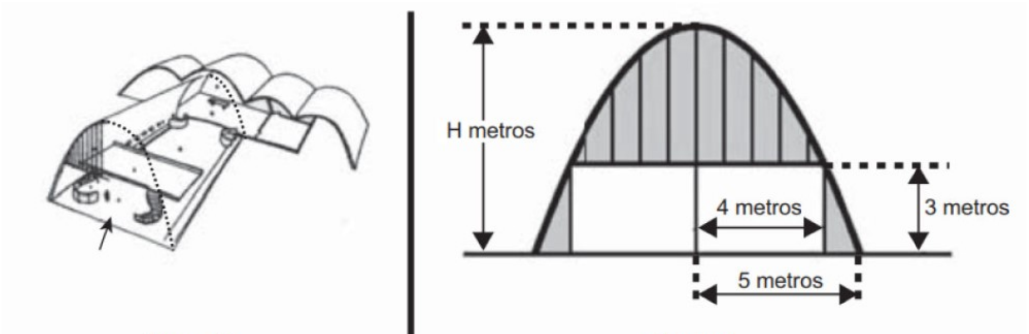


Figura 1 Figura 2

Qual a medida da altura H, em metro, indicada na Figura 2?

(a) 16/3

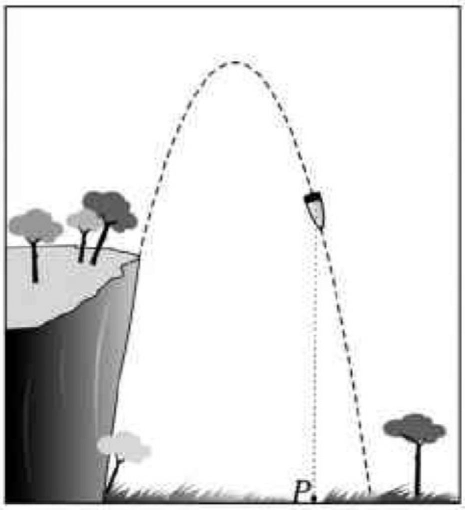
(b) 31/5

(c) 25/4

(d) 25/3

(e) 75/2

11. (Fuvest-SP) A trajetória de um projétil, lançado da beira de um penhasco sobre um terreno plano e horizontal, é parte de uma parábola com eixo de simetria vertical, como ilustrado na figura.

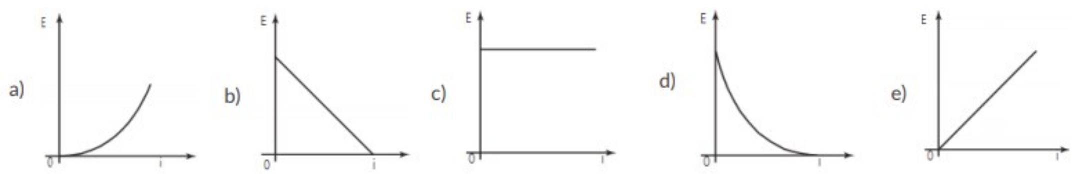


O ponto P sobre o terreno, pé da perpendicular traçada a partir do ponto ocupado pelo projétil, percorre 30 m desde o instante do lançamento até o instante em que o projétil atinge o solo. A altura máxima do projétil, de 200 m acima do terreno, é atingida no instante em que a distância percorrida por P, a partir do instante do lançamento, é de 10 m.

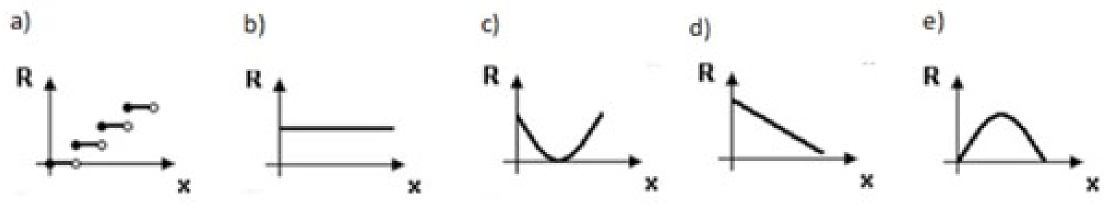
Quantos metros acima do terreno estava o projétil quando foi lançado?

Problemas com o projetor:

1. (ENEM 2012) Existem no mercado chuveiros elétricos de diferentes potências, que representam consumos e custos diversos. A potência (P) de um chuveiro elétrico é dada pelo produto entre sua resistência elétrica (R) e o quadrado da corrente elétrica (i) que por ele circula. O consumo de energia elétrica (E), por sua vez, é diretamente proporcional a potência do aparelho. Considerando as características apresentadas, qual dos gráficos a seguir representa a relação entre a energia consumida (E) por um chuveiro elétrico e a corrente elétrica (i) que circula por ele?



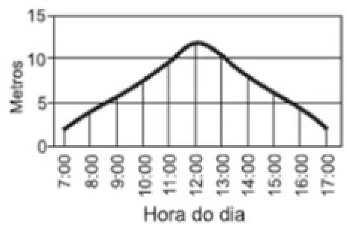
2. (ENEM 2000) Um boato tem um público-alvo e alastra-se com determinada rapidez. Em geral, essa rapidez é diretamente proporcional ao número de pessoas desse público que conhecem o boato e diretamente proporcional também ao número de pessoas que não o conhecem. Em outras palavras, sendo R a rapidez de propagação, P o público-alvo e x o número de pessoas que conhecem o boato, tem-se: $R(x) = kx(P - x)$, onde k é uma constante positiva característica do boato. O gráfico cartesiano que melhor representa a função $R(x)$, para x real, é:



3. A sombra de uma vareta enterrada no chão muda de comprimento conforme a hora do dia. Após o amanhecer e minutos antes do anoitecer são os momentos em que a sombra atinge o seu comprimento máximo. Ao meio-dia, a sombra praticamente desaparece, pois o sol fica numa posição vertical em relação à terra.

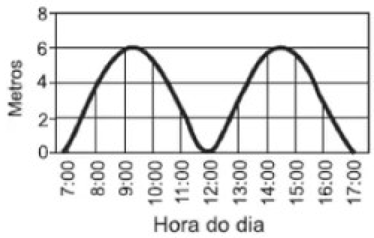
O gráfico que melhor representa o comprimento da sombra em função da hora do dia é:

a)



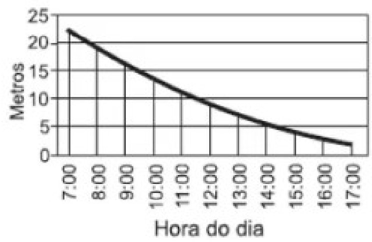
b)

c)



d)

e)



Referências

BLOGDOENEM. 2019. Disponível em: https://blogdoenem.com.br/funcaopolinomial-2o-grau-matematica-enem/. Acesso em: 21 maio 2019.

DESCOMPLICA. 2019. Disponível em: https://descomplica.com.br/gabaritoenem/questoes/2016-segunda-aplicacao/segundo-dia/dispondo-de-um-grande-terrenouma-empresa-de-entretenimento-pretende-construir-um-espaco-retangular/. Acesso em: 21 maio 2019.

EDUCAÇÃO.GLOBO.COM. 2019. Disponível em: http://educacao.globo.com/provas/enem-2013/questoes/152.html. Acesso em: 21 maio 2019.

EDUCAÇÃO.GLOBO.COM. 2019. Disponível em: http://educacao.globo.com/provas/enem-revisao/questoes/23.html. Acesso em: 21 maio 2019.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar 1:** Conjuntos e funções. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. 2019. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/CAD_ENEM_2016_DIA_2_05_AMARELO_2.pdf. Acesso em: 21 maio 2019.

INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em:

http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2000/2000_amarela.pdf. Acesso em: 21 maio 2019.

KUADRO. 2019. Disponível em: https://www.kuadro.com.br/gabarito/fuvest/2015/matematica/a-trajetoria-de-umprojetil-lancado-da-beira-de-um/11346. Acesso em: 21 maio 2019.

LEONARDO, Fabio Martins de. **Conexões com a matemática.** 2 ed. São Paulo: Moderna, 2013.

MATIKA: Matemática online. Matemática online. 2019. Disponível em: https://matika.com.br/vestibular/enem/funcao-de-2-grau. Acesso em: 21 maio 2019.

MUNDO EDU. 2019. Disponível em: https://mundoedu.com.br/uploads/pdf/59a4dd06a0be0.pdf. Acesso em: 21 maio 2019.

PROJETO MEDICINA. 2019. Disponível em: http://projetomedicina.com.br/site/attachments/article/398/matematica_funcoes_funcao_quadratica.pdf. Acesso em: 21 maio 2019.

STOODI. 2019. Disponível em: https://www.stoodi.com.br/exercicios/uel/outros/questao/seja-a-funcao-f-de-ir-em-irdada-pelo/. Acesso em: 21 maio 2019.

2.2.6 RELATO DO 7º ENCONTRO - 01/06/2019

Iniciamos com os preparativos da sala, organizando as carteiras duas a duas, para a formação dos grupos. O encontro contou com a presença de 19 estudantes, sendo 6 meninos e 13 meninas.

Começamos a aula, às 8h00, perguntando aos alunos presentes quem havia participado da última atividade do encontro anterior. Nos surpreendemos com a pequena quantidade de pessoas que participaram e estavam presentes neste encontro. Acreditamos que não foi proveitoso para os alunos a atividade dividida em dois encontros, por causa da falta de assiduidade dos discentes, afetando a socialização e a correção, que ficaram desinteressantes para a maioria, levando a pouca participação.

Como a retomada e desenvolvimento da atividade foram realizados através de lâminas, por causa dos vídeos, os conceitos utilizados na resolução foram inseridos nelas. Percebemos que isso levou os alunos a não anotarem as definições, o que dificultaria o desenvolvimento deles no restante da aula. Por esse motivo, mandamos, logo após o término da apresentação, o documento contendo as lâminas no grupo do *WhatsApp*.

Na sequência, entregamos a lista de exercícios e pedimos para que começassem a resolvê-la. O primeiro problema utilizava conceitos tanto desta aula quanto da anterior, o que demandou mais tempo do que o previsto, uma vez que tivemos que explicar o conteúdo detalhadamente em vários grupos, além de abordá-lo também no quadro e utilizar o software Geogebra para a visualização.

Após o intervalo, seguimos com a lista. Percebemos que os estudantes, em geral, possuem muita dificuldade no conteúdo que foi abordado, demandando mais tempo do que o esperado nas resoluções. Alguns alunos, inclusive, não conseguiram relacionar os enunciados com os conceitos vistos no início da aula, provocando respostas equivocadas.

Em seguida, entregamos a atividade avaliativa com 30 minutos para a resolução, menos tempo do que o planejado, e com menos alunos do que no início da aula, 11 alunos no total. Na análise dos materiais produzidos, de forma geral, percebemos certa compreensão, com pequenos erros de interpretação e poucos erros de conta. Ficamos satisfeitos com desempenho apresentado levando em consideração a dificuldade apresentada durante a aula.

2.3 MÓDULO 3: GEOMETRIA

2.3.1 PLANO DE AULA - 8º ENCONTRO - 08/06/2019

Público-alvo: Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução: Um encontro com duração de 4 horas-aula.

Objetivo geral: Preparar o aluno para lidar com questões de ENEM e vestibulares, desenvolver habilidades de interpretação e tratamento de dados e reconhecer os conteúdos matemáticos em seu cotidiano.

Objetivos específicos: Ao se trabalhar com figuras geométricas planas, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar figuras geométricas planas existentes em objetos no mundo físico de acordo com suas características.
- Reconhecer polígonos convexos e côncavos.
- Generalizar o número de diagonais de um polígono.
- Diferenciar perímetro e área.
- Inferir as fórmulas de áreas mais recorrentes.

Conteúdo: Geometria.

Recursos didáticos: Material impresso, quadro, giz, folhas sulfites e quadriculadas, lápis, canetas, projetor, caixinha de som, tinta, bandeja de isopor, embalagens e régua.

Encaminhamento metodológico:

1. Anteriormente ao início da aula, deixaremos as carteiras organizadas de modo que os alunos sentem em grupos de quatro integrantes e colocaremos dispostos nelas alguns sólidos geométricos.
2. Iniciaremos a aula perguntando "O que são os objetos dispostos nas mesas?", após as respostas, seguiremos para a próxima pergunta "Como poderíamos colocar esses objetos em uma folha?". (10 min.)
3. Em seguida, com a "atividade do carimbo", que consiste em representar partes dos sólidos em uma folha, será trabalhado a decomposição dos sólidos em figuras planas, segmentos de reta e pontos. Durante a atividade, também será apresentado partes do filme Planolândia e conceituação dos elementos decompostos.

- Dizemos que um ponto é um objeto adimensional. Representaremos por letras maiúsculas.
- Um segmento de reta é um conjunto de pontos alinhados e delimitados por duas extremidades. (20 min.)

4. Na sequência, trabalharemos com o contorno das figuras planas, definindo juntamente polígonos e alguns de seus elementos.

   - Dada uma sequência de pontos de um plano $(A_1, A_2, ..., A_n)$ com $n \geq 3$, todos distintos, em que três pontos consecutivos não são colineares, considerando-se consecutivos A_{n-1}, A_n e A_1, assim como A_n, A_1 e A_2 chama-se polígono a reunião dos segmentos $\overline{A_1A_2}, \overline{A_2A_3}, \overline{A_{n-1}A_n}, ..., \overline{A_nA_1}$.
   - O polígono e seu interior formam uma região poligonal.
   - Uma região poligonal é convexa quando o segmento que une dois pontos quaisquer dela está sempre contido nos seus limites.
   - Uma região poligonal é côncava quando o segmento que une dois pontos quaisquer dela nem sempre está contido nos seus limites. (20 min.)

5. Solicitaremos para que cada um dos grupos apresente, no quadro, um exemplo de polígono convexo e côncavo. (5 min.)

6. Prosseguiremos entregando a lista de exercícios e pedindo para que os discentes completem a tabela que será composta por desenhos de polígonos para que eles nomeiem e visualizem a quantidade de lados e de diagonais, solicitando, também, a generalização do número de diagonais que é dado por $d = \frac{n(n-3)}{2}$. No decorrer da atividade, apresentaremos a definição de diagonal.

   - Diagonal de um polígono é um segmento que une dois vértices não consecutivos desse polígono. (15 min.)

7. Definiremos perímetro.

   - O perímetro de um polígono é a soma das medidas do comprimento de seus lados. (5 min.)

8. Em seguida, definiremos cada um dos polígonos, começando pelo triângulo, passando para o paralelogramo e definindo os demais quadriláteros notáveis (retângulo, losango e quadrado) a partir dele, além de também definir o trapézio e sua classificação em retângulo, isósceles e escaleno.

   - Triângulo é todo polígono que tem três lados.

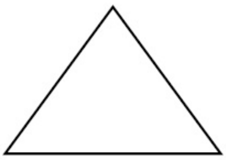
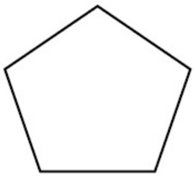
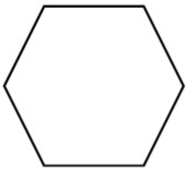
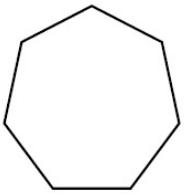
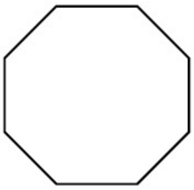
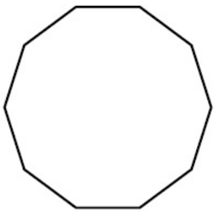
- Paralelogramo é um quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos.
- Retângulo é quadrilátero que possui os quatro ângulos internos retos.
- Losango é um quadrilátero que possui os quatro lados com medidas iguais.
- Quadrado é um quadrilátero que possui os quatro lados com medidas iguais e os quatro ângulos internos retos.
- Trapézio é um quadrilátero que possui só um par de lados paralelos. (10 min.)

9. A seguir, deduziremos, com os alunos, as fórmulas de área dos polígonos definidos anteriormente, utilizando primeiramente a área de quadrados de lado 1 para encontrar a área do retângulo e a partir desta obter as demais, além de visualização das construções no Geogebra. (15 min.)
10. Intervalo.
11. Na sequência, trabalharemos com a resolução da lista de exercícios. (100 min.)

Avaliação: Será avaliado a participação durante as atividades e a demonstração de compreensão referente ao conteúdo.

Materiais para aula

Tabela

Polígono	Nome do polígono	Quantidade de lados	Quantidade de diagonais que partem de cada vértice	Quantidade total de diagonais
				
				
				
				
				
				
				
		n		

Problemas para aula:

1. (UFSCAR) Um polígono regular com exatamente 35 diagonais tem:

   (a) 6 lados.

   (b) 9 lados.

   (c) 10 lados.

   (d) 12 lados.

   (e) 20 lados.

2. (ENEM 2010/2) Para confeccionar, em madeira, um cesto de lixo que comporá o ambiente decorativo de uma sala de aula, um marceneiro utilizará, para as faces laterais, retângulos e trapézios isósceles e, para o fundo, um quadrilátero, com os lados de mesma medida e ângulos retos.

   Qual das figuras representa o formato de um cesto que possui as características estabelecidas?

3. (ENEM 2011) Em uma certa cidade, os moradores de um bairro carente de espaços de lazer reivindicam à prefeitura municipal a construção de uma praça. A prefeitura concorda com a solicitação e informa que irá construí-la em formato retangular devido às características técnicas de terreno. Restrições de natureza orçamentária impõem que sejam gastos, no máximo, 180 m de tela para cercar a praça. A prefeitura apresenta aos moradores desse bairro as medidas dos terrenos disponíveis para a construção da praça:

   Terreno 1: 55 m por 45 m
   Terreno 2: 55 m por 55 m
   Terreno 3: 60 m por 30 m
   Terreno 4: 70 m por 20 m
   Terreno 5: 95 m por 85 m

   Para optar pelo terreno de maior área, que atenda às restrições impostas pela prefeitura, os moradores deverão escolher o terreno.

   (a) 1

   (b) 2

(c) 3

(d) 4

(e) 5

4. A prefeitura de uma cidade gasta R\$ 33,00 por metro quadrado de grama plantada. Sabendo que uma praça, que possui formato de losango, foi totalmente revestida com essa mesma grama e que as diagonais dessa praça medem 18 m e 22 m, responda: quanto a prefeitura gastou nessa obra?

   (a) R\$ 198,00

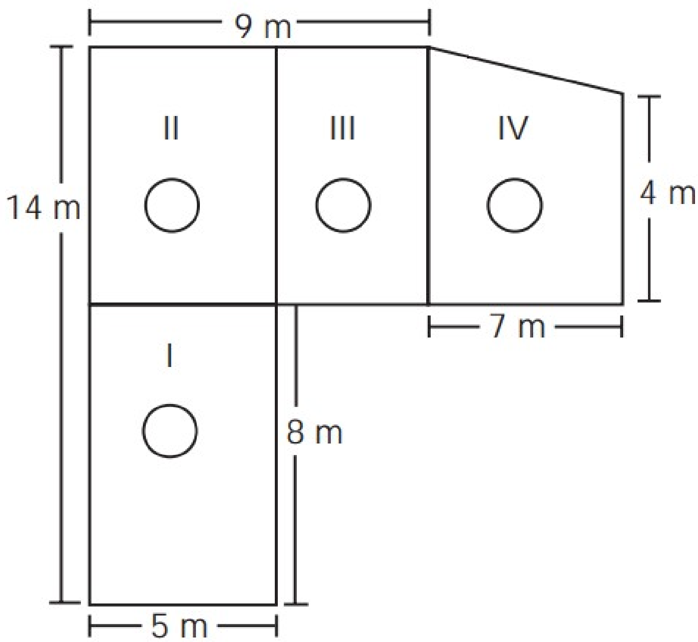
   (b) R\$ 396,00

   (c) R\$ 1440,00

   (d) R\$ 6500,00

   (e) R\$ 6534,00

5. (ENEM 2012) Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhorar o conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m^2 de área, ou modelo B, que consome 750 g/h de gás propano e cobre 45 m^2 de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos e um trapézio).



Avaliando-se todas as informações, serão necessários

(a) quatro unidades do tipo A e nenhuma unidade do tipo B.

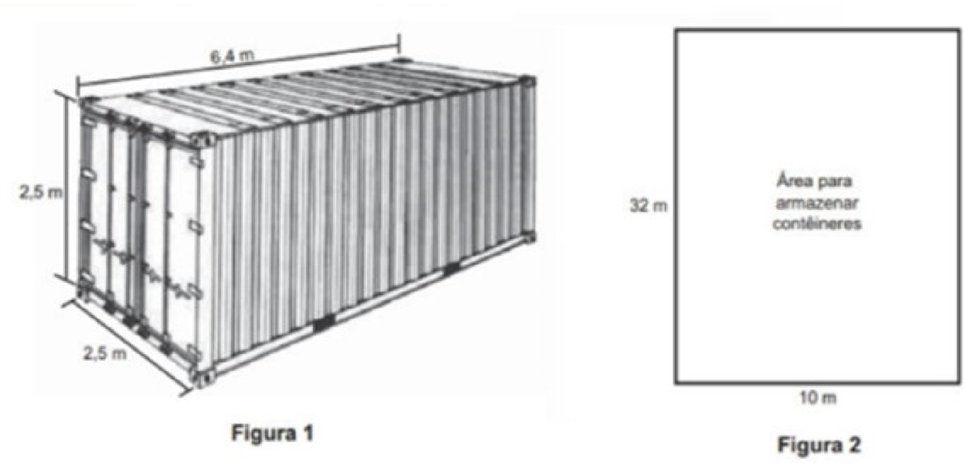
(b) três unidades do tipo A e uma unidade do tipo B.

(c) duas unidades do tipo A e duas unidades do tipo B.

(d) uma unidade do tipo A e três unidades do tipo B.

(e) nenhuma unidade do tipo A e quatro unidades do tipo B.

6. (ENEM 2015) Uma carga de 100 contêineres, idênticos ao modelo apresentado na Figura 1, deverá ser descarregada no porto de uma cidade. Para isso, uma área retangular de 10 m por 32 m foi cedida para o empilhamento desses contêineres (Figura 2).



De acordo com as normas desse porto, os contêineres deverão ser empilhados de forma a não sobrarem espaços nem ultrapassarem a área delimitada. Após o empilhamento total da carga e atendendo à norma do porto, a altura mínima a ser atingida por essa pilha de contêineres é

(a) 12,5 m

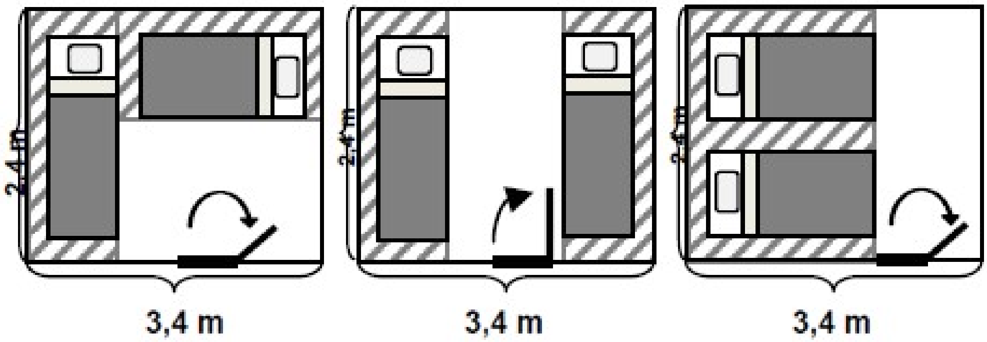
(b) 17,5 m

(c) 25,0 m

(d) 22,5 m

(e) 32,5 m

7. (ENEM 2009) Membros de uma família estão decidindo como irão dispor duas camas em um dos quartos da casa. As camas têm 0,80 m de largura por 2 m de comprimento cada. As figuras abaixo expõem os esboços das ideias sugeridas por José, Rodrigo e Juliana, respectivamente. Em todos os esboços, as camas ficam afastadas 0,20 m das paredes e permitem que a porta seja aberta em pelo menos 90º.



José, Rodrigo e Juliana concordaram que a parte listrada em cada caso será de difícil circulação, e a área branca é de livre circulação. Entre essas propostas, a(s) que deixa(m) maior área livre para circulação é(são)

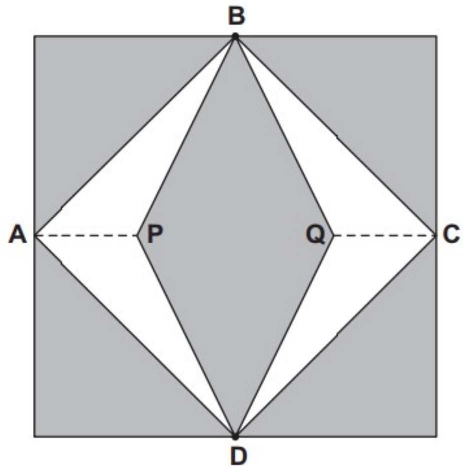
(a) a proposta de Rodrigo.
(b) a proposta de Juliana.
(c) as propostas de Rodrigo e Juliana.
(d) as propostas de José e Rodrigo.
(e) as propostas de José, Rodrigo e Juliana.

8. (ENEM 2009) Uma pessoa de estatura mediana pretende fazer um alambrado em torno do campo de futebol de seu bairro. No dia da medida do terreno, esqueceu de levar a trena para realizar a medição. Para resolver o problema, a pessoa cortou uma vara de comprimento igual a sua altura. O formato do campo é retangular e foi constatado que ele mede 53 varas de comprimento e 30 varas de largura.

Uma região R tem área A_R, dada em m^2, de mesma medida do campo de futebol, descrito acima. A expressão algébrica que determina a medida da vara em metros é:

(a) $Vara = \sqrt{\frac{A_R}{1500}} m.$
(b) $Vara = \sqrt{\frac{A_R}{1590}} m.$
(c) $Vara = \frac{1590}{A_R} m.$
(d) $Vara = \frac{A_R}{1500} m.$
(e) $Vara = \frac{A_R}{1590} m.$

9. (ENEM 2012) Para decorar a fachada de um edifício, um arquiteto projetou a colocação de vitrais compostos de quadrados de lado medindo 1 m, conforme a figura a seguir.



Nesta figura, os pontos A, B, C e D são pontos médios dos lados do quadrado e os segmentos AP e QC medem $\frac{1}{4}$ da medida do lado do quadrado. Para confeccionar um vitral, são usados dois tipos de materiais: um para a parte sombreada da figura, que custa R\$ 30,00 o m^2, e outro para a parte mais clara (regiões ABPDA e BCDQB), que custa R\$ 50,00 o m^2.

De acordo com esses dados, qual é o custo dos materiais usados na fabricação de um vitral?

(a) R\$ 22,50

(b) R\$ 35,00

(c) R\$ 40,00

(d) R\$ 42,50

(e) R\$ 45,00

10. (ENEM 2010) A loja Telas & Molduras cobra 20 reais por metro quadrado de tela, 15 reais por metro linear de moldura, mais uma taxa fixa de entrega de 10 reais. Uma artista plástica precisa encomendar telas e molduras a essa loja, suficientes para 8 quadros retangulares (25 cm $\times$ 50 cm). Em seguida, fez uma segunda encomenda, mas agora para 8 quadros retangulares (50 cm $\times$ 100 cm). O valor da segunda encomenda será

(a) o dobro do valor da primeira encomenda, porque a altura e a largura dos quadros dobraram.

(b) maior do que o valor da primeira encomenda, mas não o dobro.

(c) a metade do valor da primeira encomenda, porque a altura e a largura dos quadros dobraram.

(d) menor do que o valor da primeira encomenda, mas não a metade.

(e) igual ao valor da primeira encomenda, porque o custo de entrega será o mesmo.

11. (ENEM 2014) O governo, num programa de moradia, tem por objetivo construir 1 milhão de habitações, em parceria com os estados, municípios e iniciativa privada. Um dos modelos de casa popular proposto por construtores deve apresentar 45 m^2 e deve colocar piso de cerâmica em toda a sua área interna. Supondo que serão construídas 100 mil casas desse tipo, desprezando-se as larguras de paredes e portas, o número de peças de cerâmica de dimensões 20 cm $\times$ 20 cm utilizadas será:

(a) 11,25 mil.

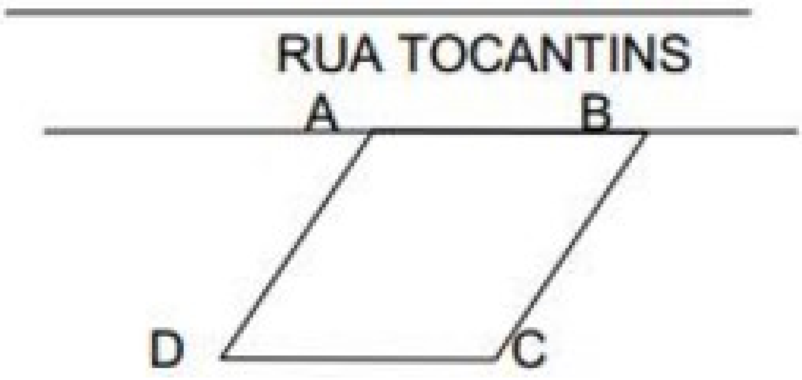
(b) 180 mil.

(c) 225 mil.

(d) 22 500 mil.

(e) 112 500 mil.

12. Um representante do CREA de Nível Médio necessitou medir as diagonais de um terreno que tinha frente para a Rua Tocantins, media 300 m^2 de área e possuía forma de um losango ABCD, conforme esboço abaixo. Se a diagonal maior BD era 50% maior que a diagonal menor AC, a soma dessas diagonais era igual a



(a) 60 m.

(b) 55 m.

(c) 50 m.

(d) 45 m.

Problemas extras

1. (UECE 2014) Se, em um polígono convexo, o número de lados n é um terço do número de diagonais, então o valor de n é:

   (a) 9

   (b) 11

   (c) 13

   (d) 15

2. (UFRGS–RS) O número de diagonais de um polígono é o dobro de seu número n de lados. O valor de n é:

   (a) 5

   (b) 6

   (c) 7

   (d) 8

   (e) 9

Referências

APROVA CONCURSOS. Disponível em: https://www.aprovaconcursos.com.br/questoes-de-concurso/questao/492532. Acesso em: 03 jun. 2019.

BRASIL ESCOLA. Disponível em: https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-numero-diagonais-um-poligono-convexo.htm. Acesso em: 03 jun. 2019.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: Matemática.** São Paulo: Ática, 2012. (6º ano).

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática elementar 9:** Geometria plana. 6. ed. São Paulo: Atual, 1985.

ESTUDA.COM. Disponível em: https://enem.estuda.com/questoes/?q=\&cat=3\&subcat=351#_=_. Acesso em: 03 jun. 2019.

ESTUDA.COM. Disponível em: https://enem.estuda.com/questoes/?resolver=\&prova=710\&q=\&inicio=11\&q=\&cat=\&dificuldade=. Acesso em: 03 jun. 2019.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática: 8° ano.** São Paulo: Ftd, 2009.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e realidade: 6° ano.** 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/05_AMARELO_GAB.pdf. Acesso em: 03 jun. 2019.

INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2012/caderno_enem2012_dom_amarelo.pdf. Acesso em: 03 jun. 2019.

INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2015/CAD_ENEM\%202015_DIA\%202_05_AMARELO.pdf. Acesso em: 03 jun. 2019.

INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2012/caderno_enem2012_dom_amarelo.pdf. Acesso em: 03 jun. 2019.

INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2010/dia2_caderno5_amarelo_com_gab.pdf. Acesso em: 03 jun. 2019.

PROJETO MEDICINA. Disponível em: https://projetomedicina.com.br/wp-content/uploads/2016/04/2016_04_05_geometria_plana_no_enem.pdf. Acesso em: 03 jun. 2019.

SABER MATEMÁTICA. Disponível em: https://sabermatematica.com.br/exercicios-resolvidos-sobre-losango.html. Acesso em: 03 jun. 2019.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. **Brasilescola.** Disponível em: https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-areas-paralelogramos.htm. Acesso em: 03 jun. 2019.

STOODI. 2019. Disponível em: https://www.stoodi.com.br/exercicios/matematica/poligonos-regulares/um-poligono-regular-com-exatamente-35-diagonais-tem/. Acesso em: 03 jun. 2019.

STOODI. Disponível em: https://www.stoodi.com.br/exercicios/matematica/poligonos-regulares/uece-2014-se-em-um-poligono-convexo-o-numero-de/. Acesso em: 03 jun. 2019.

2.3.2 RELATO DO 8º ENCONTRO - 08/06/2019

Iniciamos com os preparativos da sala, organizando as carteiras duas a duas, para a formação dos grupos e dispondo as bandejas com tinta e as caixas. O encontro contou com a presença de 26 estudantes, sendo 9 meninos e 17 meninas.

Começamos a aula, às 8h00, perguntando aos alunos presentes se eles conheciam os objetos dispostos e como seria a representação em uma folha. As respostas, em sua maioria, se enquadraram naquilo que esperávamos.

Após as definições de polígonos convexos e côncavos, durante a atividade em quadro, percebemos que a maioria dos alunos apresentaram compreensão mesmo tendo visto pela primeira vez nesta aula. Apenas uma representação não se enquadrava em polígono, mas durante a socialização, todos concordaram que ela precisava ser adequada para se enquadrar.

A atividade da tabela, durou mais tempo do que o previsto, entretanto os resultados foram satisfatórios. Alguns grupos conseguiram deduzir as fórmulas das diagonais dos polígonos, como mostra a imagem.

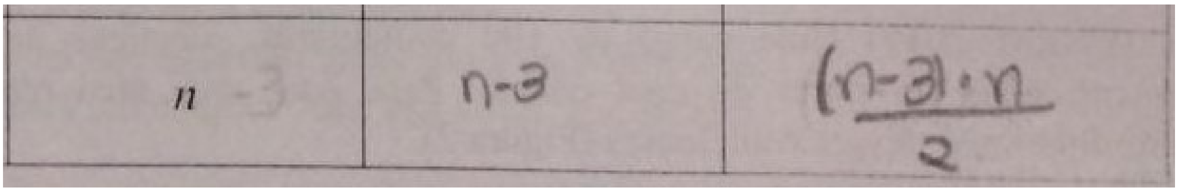


Figura 10: Dedução da fórmula das diagonais de cada vértice e diagonais totais do polígono

Ainda em tal atividade, um dos estudantes apresentou uma resolução alternativa, utilizando conceito de análise combinatória, que não será tratado durante nossas aulas. Após o intervalo, utilizamos o software Geogebra para mostrar as fórmulas das áreas e prosseguimos com a resolução da lista em que os discentes, no geral, não apresentaram muitas dificuldades.

2.3.3 PLANO DE AULA - 9º ENCONTRO - 15/06/2019

Público-alvo: Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução: Um encontro com duração de 4 horas-aula.

Objetivo geral: Preparar o aluno para lidar com questões de ENEM e vestibulares, desenvolver habilidades de interpretação e tratamento de dados e reconhecer os conteúdos matemáticos em seu cotidiano.

Objetivos específicos: Ao se trabalhar com ângulos, triângulos, e retas, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar figuras geométricas planas.
- Identificar ângulos em atividades cotidianas.
- Reconhecer ângulos agudo, reto, obtuso, raso e côncavo.
- Obter a soma dos ângulos internos de um polígono.
- Obter as relações métricas no triângulo retângulo.
- Identificar triângulos semelhantes.
- Utilizar teorema de Tales.

Conteúdo: Geometria.

Recursos didáticos: Material impresso, quadro, giz, folhas sulfites, lápis, canetas, tesouras, réguas, triângulos de papel, projetor, caixinha de som.

Encaminhamento metodológico:

1. Anteriormente ao início da aula, deixaremos as carteiras organizadas de modo que os alunos sentem em grupos de quatro integrantes.

2. Iniciaremos a aula apresentando um vídeo que contém alguns conteúdos vistos na aula anterior (polígonos e segmentos) e outros que ainda serão trabalhados (ângulos), seguido pela entrega de uma atividade para que os alunos relacionem o vídeo aos conteúdos. A atividade será realizada de acordo com o seguinte roteiro:

   A partir do vídeo, quais os conteúdos que serão trabalhados? (Pergunta em voz alta)

   (a) Relacione o vídeo com os conteúdos trabalhados anteriormente.

   (b) Classifique o que foi encontrado.

(c) Quais outros conteúdos não trabalhados aparecem no vídeo? (10 min.)

3. Na sequência, passaremos a definição de reta, semirreta e ângulo e suas classificações.

   - Uma reta é uma linha cujos pontos estão distribuídos de maneira uniforme sobre si.
   - O ponto O divide a reta r em duas partes Or' e Or". Cada uma das partes é chamada de semirreta.
   - Ângulo é a reunião de duas semirretas de mesma origem.
   - Ângulo reto é todo aquele que possui 90º de medida.
   - Ângulo agudo é todo ângulo menor que o ângulo reto.
   - Ângulo obtuso é todo ângulo maior que o ângulo reto.
   - Ângulo raso é todo aquele que possui 180º de medida.
   - Ângulo côncavo é todo aquele que mede mais de 180º de medida. (30 min.)

4. Logo após, será realizada uma atividade de reconhecimento dos tipos de ângulos (agudo, reto e obtuso) através de figuras cotidianas e dos números indo-arábicos em sua representação original na visão geométrica. (10 min.)

5. Daremos aos discentes triângulos em diferentes formatos, pedindo para que eles dobrem com o intuito de que percebam que a soma de seus ângulos internos é 180º. (5 min.)

6. Em seguida, será entregue a lista de exercícios e os alunos serão instruídos a completarem a tabela em que é necessário obter a soma dos ângulos internos de alguns polígonos. (20 min.)

7. Seguiremos com uma atividade de verdadeiro e falso, utilizando o projetor, em que serão apresentados os conceitos: ângulos opostos pelo vértice, alternos internos, complementares e suplementares.

   - Dois ângulos são opostos pelo vértice quando os lados de um deles são as semirretas opostas aos lados do outro.
   - Dois ângulos opostos pelo vértice têm medidas iguais, ou seja, são congruentes.
   - Dois ângulos são consecutivos quando possuem o mesmo vértice e um lado comum.
   - Dois ângulos consecutivos que não possuem pontos internos comuns, são chamados ângulos adjacentes.

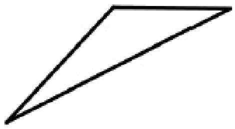
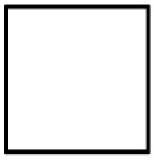
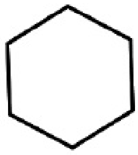
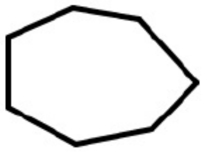
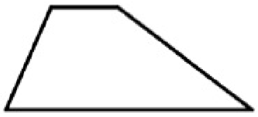
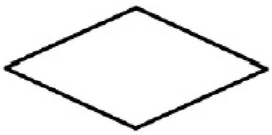
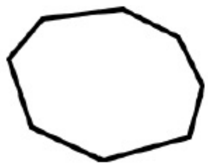
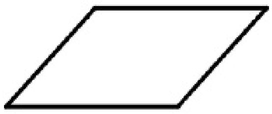
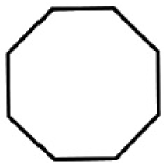
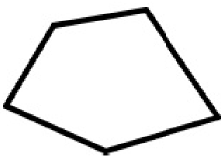
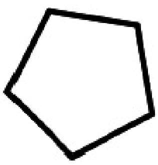
- Duas retas distintas em um plano são ditas paralelas se sua intersecção é vazia, ou seja, não possui pontos em comum.
- Ângulos alternos internos são aqueles que estão na região interna das retas paralelas e em lados alternados da reta transversal.
- Duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal determinam ângulos alternos congruentes.
- Dois ângulos adjacentes são complementares quando a soma de suas medidas é igual a 90º.
- Dois ângulos adjacentes são suplementares quando a soma de suas medidas é igual a 180º. (10 min.)

8. Solicitaremos para que eles iniciem as resoluções das quatro primeiras questões. (15 min.)
9. Intervalo.
10. Retornaremos com as correções das questões anteriores. (10 min.)
11. Distribuiremos folhas e tesouras para realizar uma atividade em que serão trabalhados os conceitos de semelhança de triângulos, teorema de Tales e a dedução das relações métricas no triângulo retângulo.
    - Duas retas distintas em um plano são ditas concorrentes se a intersecção consiste em um único ponto.
    - Duas retas são ditas perpendiculares se elas forem concorrentes e formarem um ângulo reto.
    - Dois triângulos são semelhantes quando têm os ângulos internos respectivamente congruentes ou os lados correspondentes proporcionais.
    - Um feixe de retas paralelas determina sobre duas transversais segmentos proporcionais.
    - Relações métricas no triângulo retângulo: $c^2 = an$; $b^2 = am$; $h^2 = mn$; $bc = ah$; $a^2 = b^2 + c^2$; $a = m + n$. (50 min.)
12. Prosseguiremos com a resolução da lista, corrigindo quando necessário. (40 min.)

Avaliação: Será avaliado a participação durante as atividades e a demonstração de compreensão referente ao conteúdo.

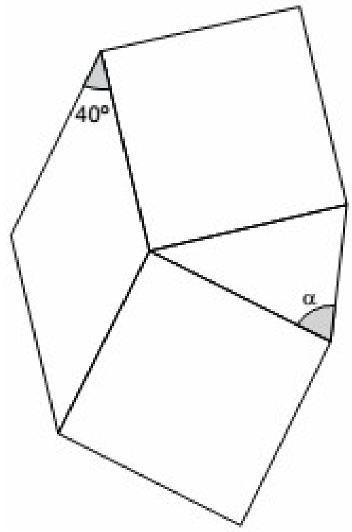
Materiais para aula

Tabela

Polígono	Soma dos ângulos internos do polígono	Polígono	Soma dos ângulos internos do polígono
			
			
			
			
			
			
		10 Lados	
		n Lados	

Problemas para aula:

1. (VUNESP – Prefeitura de Marília – SP). Dois quadrados foram construídos sobre os lados de um losango e um triângulo foi construído a partir dos lados desses quadrados, conforme mostra a figura.



A medida do ângulo α é

(a) $50°$

(b) $55°$

(c) $60°$

(d) $65°$

(e) $70°$

2. (ENEM 2018) A rosa dos ventos é uma figura que representa oito sentidos, que dividem o círculo em partes iguais.

Uma câmera de vigilância está fixada no teto de um shopping e sua lente pode ser direcionada remotamente, através de um controlador, para qualquer sentido. A lente da câmera está apontada inicialmente no sentido Oeste e o seu controlador efetua três mudanças consecutivas, a saber:

- 1ª mudança: 135º no sentido anti-horário;
- 2ª mudança: 60º no sentido horário;
- 3ª mudança: 45º no sentido anti-horário.

Após a 3ª mudança, ele é orientado a reposicionar a câmera, com a menor amplitude possível, no sentido Noroeste (NO) devido a um movimento suspeito de um cliente. Qual mudança de sentido o controlador deve efetuar para reposicionar a câmera?

(a) 75º no sentido horário.

(b) 105º no sentido anti-horário.

(c) 120º no sentido anti-horário.

(d) 135º no sentido anti-horário.

(e) 165º no sentido horário.

3. (Prefeitura de Goiânia – UFG). Considere que a figura abaixo representa um relógio analógico cujos ponteiros das horas (menor) e dos minutos (maior) indicam 3 h e 40 min.

Nestas condições, a medida do menor ângulo, em graus, formado pelos ponteiros deste relógio, é:

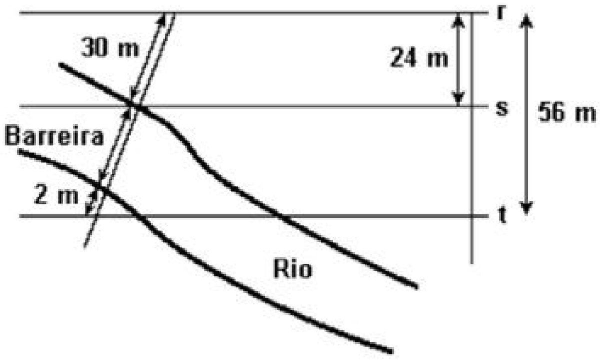
(a) 120

(b) 126

(c) 130

(d) 132

4. (UFSM) A crise energética tem levado as médias e grandes empresas a buscarem alternativas na geração de energia elétrica para a manutenção do maquinário. Uma alternativa encontrada por uma fábrica foi a de construir uma pequena hidrelétrica, aproveitando a correnteza de um rio que passa próximo às suas instalações.



Observando a figura e admitindo que as linhas retas r, s e t sejam paralelas, pode-se afirmar que a barreira mede

(a) 33

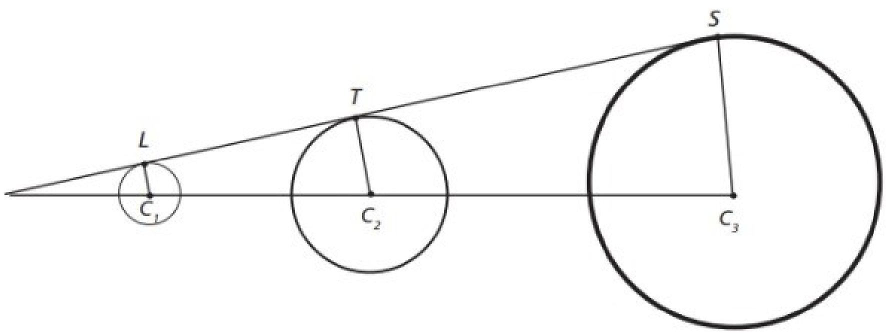
(b) 38

(c) 43

(d) 48

(e) 53

5. (Cefet/MG 2017) A figura a seguir é um esquema representativo de um eclipse lunar em que a Lua, a Terra e o Sol estão representados pelas circunferências de centros C1, C2 e C3, respectivamente, que se encontram alinhados.



Considera-se que a distância entre os centros da Terra e do Sol é 400 vezes maior que a distância entre os centros da Terra e da Lua e que a distância do ponto T na superfície da Terra ao ponto S na superfície do Sol, como representados na figura, é de 150 milhões de quilômetros. Sabendo-se que os segmentos de reta $\overline{C_1L}$, $\overline{C_2T}$ e $\overline{C_3S}$ são paralelos, a distância do ponto L, representado na superfície da Lua, ao ponto T, na superfície da Terra, é igual a

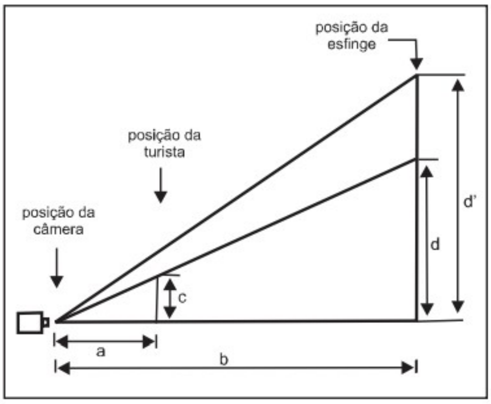
(a) 375.000 Km

(b) 400.000 Km

(c) 37.500.000 Km

(d) 40.000.000 Km

6. (ENEM 2009) A fotografia mostra uma turista aparentemente beijando a esfinge de Gizé, no Egito. A figura a seguir mostra como, na verdade, foram posicionadas a câmera fotográfica, a turista e a esfinge.



Medindo-se com uma régua diretamente na fotografia, verifica-se que a medida do queixo até o alto da cabeça da turista é igual a 2/3 da medida do queixo da esfinge até o alto da sua cabeça. Considere que essas medidas na realidade são representadas por d e d', respectivamente, que a distância da esfinge a lente da câmera fotográfica, localizada no plano horizontal do queixo da turista e da esfinge, é representada por b, e que a distância da turista a mesma lente, por a.

A razão entre b e a será dada por

(a) $\frac{b}{a} = \frac{d'}{c}$

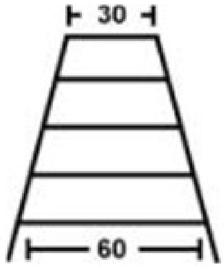
(b) $\frac{b}{a} = \frac{2d}{3c}$

(c) $\frac{b}{a} = \frac{3d'}{2c}$

(d) $\frac{b}{a} = \frac{2d'}{3c}$

(e) $\frac{b}{a} = \frac{2d'}{c}$

7. (ENEM 2000) Um marceneiro deseja construir uma escada trapezoidal com 5 degraus, de maneira que o mais baixo e o mais alto tenham larguras respectivamente iguais a 60 cm e a 30 cm, conforme a figura.



Os degraus serão obtidos cortando-se uma peça linear de madeira cujo comprimento mínimo, em cm, deve ser:

(a) 144

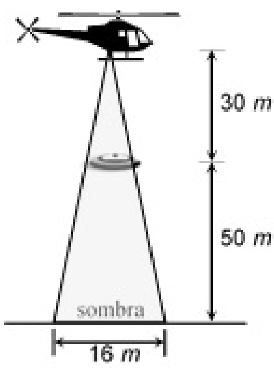
(b) 180

(c) 210

(d) 225

(e) 240

8. (UNIRIO) Numa cidade do interior, à noite, surgiu um objeto voador não identificado, em forma de disco, que estacionou a 50 m do solo, aproximadamente. Um helicóptero do exército, situado a aproximadamente 30 m acima do objeto, iluminou-o com um holofote, conforme mostra a figura.



Sendo assim, pode-se afirmar que o raio do disco-voador mede, em m, aproximadamente:

(a) 3,0

(b) 3,5

(c) 4,0

(d) 4,5

(e) 5,0

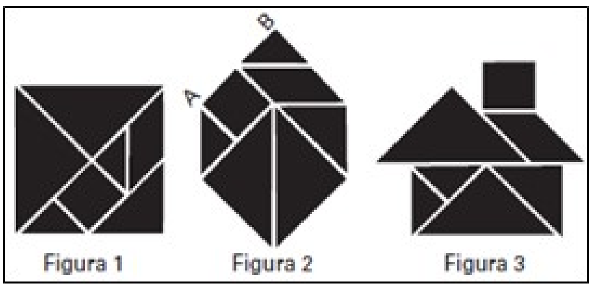
9. (ENEM 2009) A rampa de um hospital tem na sua parte mais elevada uma altura de 2,2 metros. Um paciente ao caminhar sobre a rampa percebe que se deslocou 3,2 metros e alcançou uma altura de 0,8 metro. A distância em metros que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é

   (a) 1,16 metros.
   (b) 3,0 metros.
   (c) 5,4 metros.
   (d) 5,6 metros.
   (e) 7,04 metros.

10. (ENEM 1998) A sombra de uma pessoa que tem 1,80 m de altura mede 60 cm. No mesmo momento, a seu lado, a sombra projetada de um poste mede 2,00 m. Se, mais tarde, a sombra do poste diminuiu 50 cm, a sombra da pessoa passou a medir:

   (a) 30 cm
   (b) 45 cm
   (c) 50 cm
   (d) 80 cm
   (e) 90 cm

11. (ENEM 2008) O tangram é um jogo oriental antigo, uma espécie de quebra-cabeça, constituído de sete peças: 5 triângulos retângulos e isósceles, 1 paralelogramo e 1 quadrado. Essas peças são obtidas recortando-se um quadrado de acordo com o esquema da figura 1.



Utilizando-se todas as sete peças, é possível representar uma grande diversidade de formas, como as exemplificadas nas figuras 2 e 3. Se o lado AB do hexágono mostrado na figura 2 mede 2cm, então a área da figura 3, que representa uma "casinha", é igual a:

(a) 4 cm^2

(b) 8 cm^2

(c) 12 cm^2

(d) 14 cm^2

(e) 16 cm^2

12. (ENEM 2005) Quatro estações distribuidoras de energia A, B, C e D estão dispostas como vértices de um quadrado de 40 km de lado. Deseja-se construir uma estação central que seja ao mesmo tempo equidistante das estações A e B e da estrada (reta) que liga as estações C e D.

    A nova estação deve ser localizada

    (a) no centro do quadrado.

    (b) na perpendicular à estrada que liga C e D passando por seu ponto médio, a 15 km dessa estrada.

    (c) na perpendicular à estrada que liga C e D passando por seu ponto médio, a 25 km dessa estrada.

    (d) no vértice de um triângulo equilátero de base AB, oposto a essa base.

    (e) no ponto médio da estrada que liga as estações A e B.

13. (UFPB 2010) Duas cidades, A e B, estão interligadas por uma rodovia reta que mede 24 km. O lixo recolhido dessas cidades é depositado em um aterro sanitário distante, em linha reta, 13 km de ambas as cidades. O acesso a esse aterro, a partir da rodovia que liga as duas cidades, é feito por uma estrada, também reta, que cruza essa rodovia perpendicularmente.

    Com base nessas informações, é correto afirmar que para ir de uma dessas cidades até o aterro, fazendo todo o percurso pela rodovia e pela estrada de acesso, é necessário percorrer no mínimo:

    (a) 17 Km

    (b) 16 Km

    (c) 15 Km

    (d) 14 Km

    (e) 13 Km

Atividade com projetor

Das alternativas abaixo que fazem afirmações a respeito de ângulos formados por uma reta transversal a um feixe de retas paralelas, assinale aquela que for correta.

a. Ângulos alternos internos são complementares.

b. Ângulos alternos internos são suplementares.

c. Ângulos correspondentes são suplementares.

d. Ângulos opostos pelo vértice são congruentes.

e. Ângulos opostos pelo vértice são suplementares.

Problemas extras

1. (UNCISAL 2017)

A hipotenusa é

(a) O lado do triângulo retângulo cujo comprimento é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos outros dois lados.

(b) Cada um dos segmentos nos quais fica dividido o maior lado de um triângulo retângulo pela projeção do vértice oposto.

(c) A distância de um vértice de um triângulo retângulo ao lado oposto.

(d) O lado do triângulo retângulo oposto ao ângulo reto.

(e) O menor lado de um triângulo retângulo.

2. (ENEM 2004) Nos X-Games Brasil, em maio de 2004, o skatista brasileiro Sandro Dias, apelidado "Mineirinho", conseguiu realizar a manobra denominada "900", na modalidade skate vertical, tornando-se o segundo atleta no mundo a conseguir esse feito. A denominação "900" refere-se ao número de graus que o atleta gira no ar em torno de seu próprio corpo, que, no caso, corresponde a

(a) uma volta completa.

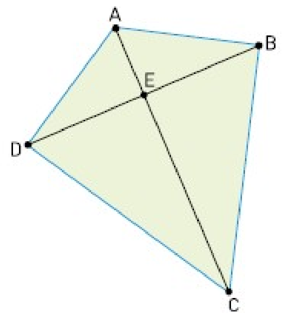
(b) uma volta e meia.

(c) duas voltas completas.

(d) duas voltas e meia.

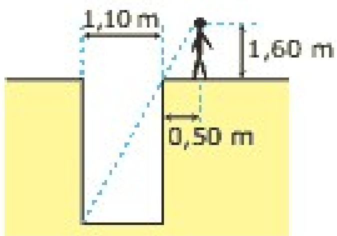
(e) cinco voltas completas.

3. (UERJ 2012) Para construir a pipa representada na figura abaixo pelo quadrilátero ABCD, foram utilizadas duas varetas, linha e papel. As varetas estão representadas pelos segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$. A linha utilizada liga as extremidades A, B, C e D das varetas, e o papel reveste a área total da pipa. Os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$. são perpendiculares em E, e os ângulos $A\hat{B}C$ e $A\hat{D}C$ são retos.



Se os segmentos $\overline{AE}$ e $\overline{EC}$ medem, respectivamente, 18 cm e 32 cm, determine o comprimento total da linha, representada por $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$.

4. (UFRGS) Para estimar a profundidade de um poço com 1,10 m de largura, uma pessoa cujos olhos estão a 1,60 m do chão posiciona-se a 0,50 m de sua borda. Dessa forma, a borda do poço esconde exatamente seu fundo, como mostra a figura.



Com os dados anteriores, a pessoa conclui que a profundidade do poço é:

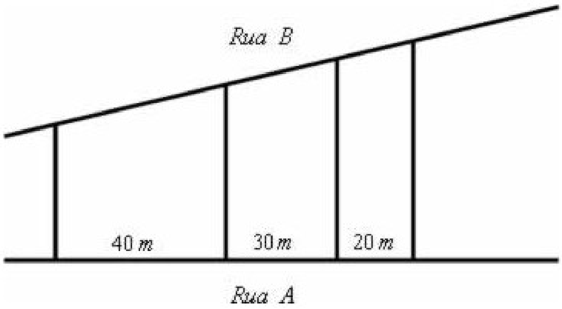
(a) 2,82 m

(b) 3,00 m

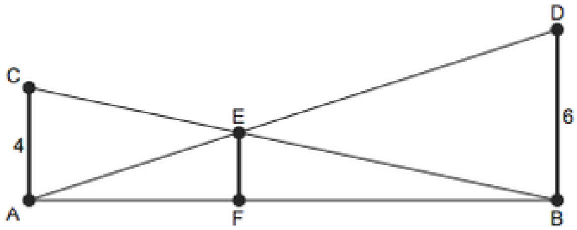
(c) 3,30 m

(d) 3,52 m

5. (Fuvest-SP) Três terrenos têm frente para a rua A e para a rua B, como na figura. As divisas laterais são perpendiculares à rua A. Qual a medida de frente para a rua B de cada lote, sabendo que a frente total para essa rua tem 180 m?



6. (ENEM 2013) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6 m e 4 m.



A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo segmento EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.

Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?

(a) 1 m

(b) 2 m

(c) 3 m

(d) $2\sqrt{6}$ m

Referências

BLOGDOENEM. Disponível em: https://blogdoenem.com.br/semelhanca-entre-triangulos-matematica-enem/. Acesso em: 03 jun. 2019.

BLOGDOENEM. Disponível em: https://blogdoenem.com.br/angulos-simulado-enem/. Acesso em: 03 jun. 2019.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: Matemática.** São Paulo: Ática, 2012. (6º ano).

DESCOMPLICA. Disponível em: https://descomplica.com.br/blog/matematica/questoes-comentadas-teorema-de-tales/. Acesso em: 03 jun. 2019.

EXERCÍCIOS WEB. Disponível em: https: //exerciciosweb.com.br/matematica/semelhanca-de-triangulos-exercicios-respondidos/. Acesso em: 03 jun. 2019.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática: 8º ano.** São Paulo: Ftd, 2009.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática: 9º ano.** São Paulo: Ftd, 2009.

GOUVEIA, Rosimar. Ângulos: Tipos de Ângulos. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/angulos/. Acesso em: 13 jun. 2019.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e realidade: 7º ano.** 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e realidade: 8º ano.** São Paulo: Atual, 2009. (8º Ano).

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e realidade: 9º ano.** São Paulo: Atual, 2009.

INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2009/dia2_caderno5_amarelo.pdf Acesso em: 03 jun. 2019.

INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2005/2005_amarela.pdf. Acesso em: 03 jun. 2019.

INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2013/ caderno_enem2013_dom_amarelo.pdf. Acesso em: 03 jun. 2019.

MUNDO EDUCAÇÃO. Disponível em: https://exercicios.mundoeducacao.bol.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-teorema-tales.htm#questao-3090. Acesso em: 03 jun. 2019.

MUNDO EDUCAÇÃO. Disponível em: https://exercicios.mundoeducacao.bol.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-quadrados.htm. Acesso em: 03 jun. 2019.

PINHO, José Luiz Rosas; BATISTA, Eliezer; CARVALHO, Neri Terezinha Both. **Geometria I.** 2. ed. Florianópolis: Ead/ufsc/ced/cfm, 2010. Disponível em: http://mtm.grad.ufsc.br/files/2014/04/Geometria-I.pdf. Acesso em: 03 jun. 2019.

PROFESSOR.BIO.BR. Disponível em: http://professor.bio.br/matematica/comentarios.asp?q=3307&t=geometria-plana. Acesso em: 03 jun. 2019.

PROJETO MEDICINA. Disponível em: https://projetomedicina.com.br/wp-content/uploads/2016/04/2016_04_05_geometria_plana_no_enem.pdf. Acesso em: 03 jun. 2019.

PUTNOKI, José Carlos. **Elementos de geometria** & **Desenho geométrico.** 4. ed. São Paulo: Scipione, 1993.

SABER MATEMÁTICA. Disponível em: https://sabermatematica.com.br/exercicios-resolvidos-angulos.html. Acesso em: 03 jun. 2019.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. Ângulos alternos internos e externos. Disponível em: https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/angulos-alternos-internos-externos.htm. Acesso em: 03 jun. 2019.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. Os Números na Visão da Geometria; Brasil Escola. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/os-numeros-na-visao-geometria.html. Acesso em 03 de junho de 2019.

SÓ EXERCÍCIOS. Disponível em: https://soexercicios.com.br/plataforma/questoesSemelhantes/9231/UERJ/-relacoes-metricas-no-triangulo-retangulo-rec-. Acesso em: 03 jun. 2019.

SÓ MATEMÁTICA: Ângulos consecutivos. Ângulos consecutivos. Disponível em: https://www.somatematica.com.br/fundam/angulos/angulos9.php. Acesso em: 11 jun. 2019.

STOODI. Disponível em: https://www.stoodi.com.br/exercicios/matematica/geometria-plana/a-rosa-dos-ventos-e-uma-figura-que-representa-oito/. Acesso em: 03 jun. 2019.

STOODI. Disponível em: https://www.stoodi.com.br/exercicios/matematica/geometria-plana/nos-x-games-brasil-em-maio-de-2004-o-skatista/. Acesso em: 03 jun. 2019.

TODA MATÉRIA. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/teorema-de-tales-exercicios/. Acesso em: 03 jun. 2019.

2.3.4 RELATO DO 9º ENCONTRO - 15/06/2019

Iniciamos com os preparativos da sala, organizando as carteiras duas a duas, para a formação dos grupos. O encontro contou com a presença de 21 estudantes, sendo 6 meninos e 15 meninas.

Começamos a aula, às 8h02, pois sabíamos que os alunos costumavam chegar um pouco atrasados, apresentando o vídeo previsto. Após perguntarmos o que eles achavam que seria trabalhado nesta aula se baseando naquilo que o vídeo trazia, obtivemos respostas como “geometria”e assim prosseguimos para o roteiro. Na socialização das respostas desta atividade, foi possível perceber que eles conseguiram associar com aquilo já trabalho e ter ideias do que ainda seria abordado, porém, o assunto inicial que tínhamos intenção de introduzir, ângulos, ficou implícito.

Prosseguimos passando as definições previstas e na sequência iniciamos a atividade de reconhecimento e classificação de ângulos. Em seu decorrer, os alunos conseguiram constatar que esse conceito estava também no vídeo inicial.

Na atividade de visualização das somas dos ângulos internos dos triângulos, a maioria alcançou o objetivo que era notar que a soma de qualquer triângulo é 180º. Em seguida, entregamos a lista e pedimos para que eles preenchessem a tabela das somas dos ângulos internos de polígonos. Inicialmente alguns dos estudantes apresentaram dificuldade, mas, com nossa mediação nos grupos, todos conseguiram desenvolver os cálculos e, inclusive, dois grupos conseguiram generalizar conforme as imagens a seguir.

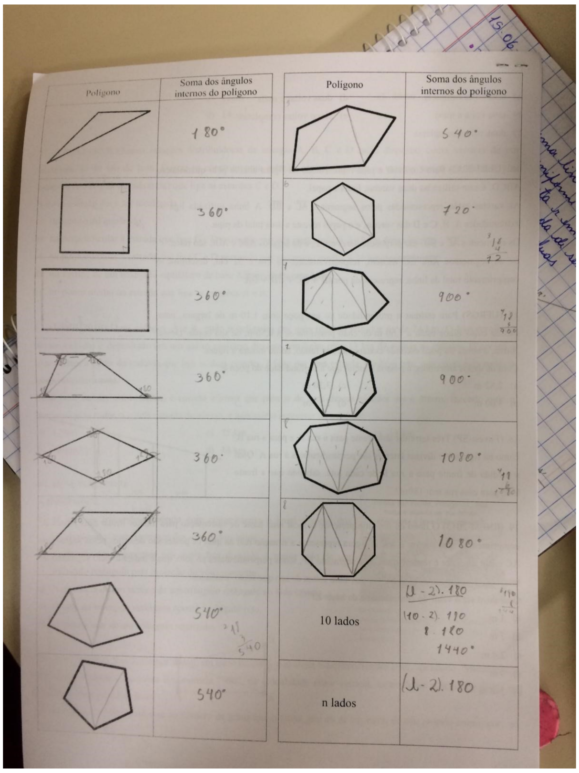


Figura 11: Generalização das somas dos ângulos internos dos polígonos

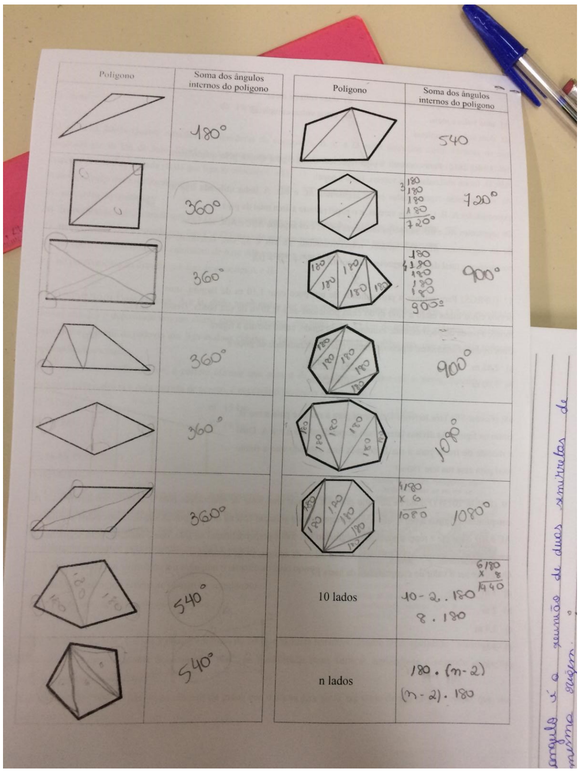


Figura 12: Generalização das somas dos ângulos internos dos polígonos

Na sequência definimos alguns conceitos relacionados a ângulos e retas juntamente a análise da questão projetada. Após o intervalo, seguimos para a atividade 11 de visualização dos conceitos de semelhança de triângulos, Teorema de Tales e dedução das relações métricas no triângulo retângulo. Os alunos acompanharam o desenvolvimento, porém não houve nenhuma reação extraordinária. Para finalizar, seguimos com a realização da lista de exercícios.

2.3.5 PLANO DE AULA - 10º ENCONTRO - 29/06/2019

Público-alvo: Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução: Um encontro com duração de 4 horas-aula.

Objetivo geral: Preparar o aluno para lidar com questões de ENEM e vestibulares, desenvolver habilidades de interpretação e tratamento de dados e reconhecer os conteúdos matemáticos em seu cotidiano.

Objetivos específicos: Ao se trabalhar com círculo e volume, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar figuras geométricas planas;
- Reconhecer polígonos convexos e côncavos;
- Identificar triângulos semelhantes;
- Utilizar Teorema de Tales;
- Deduzir a fórmula do comprimento da circunferência;
- Identificar os elementos de um círculo;
- Calcular volumes de paralelepípedos e cilindros.

Conteúdo: Geometria.

Recursos didáticos: Material impresso, quadro, giz, folhas sulfites, lápis, canetas, projetor, caixinha de som, barbante, bandeirinhas, paçoca, cadeiras, embalagens.

Encaminhamento metodológico:

1. Anteriormente ao início da aula, deixaremos as carteiras organizadas de modo que os alunos sentem em grupos de quatro integrantes.

2. Iniciaremos com uma atividade de medição de corpos redondos com o objetivo de relacionar o comprimento da circunferência com o diâmetro a fim de encontrar aproximações de π (pi = 3,14159265359). Para a socialização entre os grupos, será realizada uma tabela em quadro. (20 min.)

3. Definiremos circunferência, círculo e seus elementos.

    - Circunferência é a figura geométrica formada por todos os pontos de um plano que distam igualmente de um ponto fixo desse plano.

- A região da circunferência com a sua região interna denomina-se círculo.
- Qualquer segmento que une o centro a um ponto da circunferência chama-se raio (r).
- Qualquer segmento que une dois pontos da circunferência chama-se corda.
- A corda que passa pelo centro da circunferência chama-se diâmetro (d).

Ainda deduziremos que $d = 2r$ e $C = 2\pi r$. (15 min.)

4. Na sequência, mostraremos uma animação no Geogebra para deduzir a área do círculo, $A = \pi r^2$. Nesta animação o círculo é dividido em pequenos triângulos que, posteriormente, formam um retângulo cujo comprimento é a metade do da circunferência e a altura é o raio desta. (10 min.)

5. Em seguida, definiremos

   - Volume (V) é o espaço ocupado por um sólido, por um líquido ou por um gás. (10 min.)

6. Utilizaremos uma visualização no Geogebra, em que preencheremos um paralelepípedo com cubos de aresta 1 para exemplificar o conceito de volume em sólidos geométricos. Ainda traremos a fórmula $V = A_b h$, em que A_b é a área da base e h é a altura. (15 min.)

7. Seguiremos com a lista de exercícios, corrigindo em quadro quando necessário. (30 min.)

8. Intervalo.

9. Após o intervalo faremos uma sequência de atividades avaliativas sobre o conteúdo de geometria. (100 min.)

Avaliação: Será avaliado a participação durante as atividades e a demonstração de compreensão referente ao conteúdo. Também serão realizadas atividades avaliativas, em formato de gincana, referente ao conteúdo de geometria com a temática de festa junina.

A primeira atividade é de reconhecimento de polígonos e cálculo de área. Serão entregues aos grupos previamente formados duas bandeirinhas para que eles classifiquem em polígonos côncavo e convexo e calculem suas respectivas áreas. Aqueles que conseguirem responder corretamente dentro do tempo estipulado ganharão 4 pontos, sendo descontado 1 ponto a cada resposta incorreta ou não dada. (15 min.)

A segunda atividade será referente ao conteúdo de volume. Será apresentado dois modelos de paçoca, sendo um cilíndrico e outro um paralelepípedo, e fornecido suas medidas. Em formato de aposta, cada grupo terá que escolher a mais vantajosa, isto é, a com maior volume. As respostas serão validadas mediante a apresentação de cálculos e valerão 1 ponto. (10 min.)

Na terceira atividade denominada polígono surpresa serão trabalhadas questões sobre polígonos, semelhança de triângulos, relações métricas no triângulo retângulo, Teorema de Tales, ângulos, circunferência, círculo e volume. A atividade é composta por balões que serão colados no fundo da sala simbolizando vértices de polígonos. Em cada balão terá um problema que será resolvido valendo 1 ponto. Cada grupo pegará dois balões, tendo 10 minutos para resolver as duas questões. (25 min.)

A quarta atividade será o Correio elegante matemático. Será entregue a cada grupo um envelope contendo uma charada, valendo 1 ponto, envolvendo os conceitos de geometria, juntamente com sua resposta. Em seguida será instruído para que cada um dos grupos entreguem a charada para outro grupo, que terá 1 minuto para responder. (15 min)

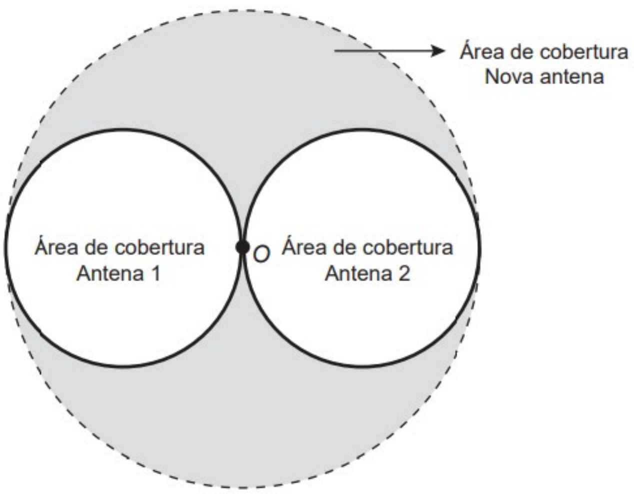
Na quinta atividade será trabalhado com cálculo de volume de embalagens. Cada grupo que acertar o volume de uma das embalagens, ganha 1 ponto e tal embalagem que contém lembrancinhas. (10 min.)

A última atividade será a tradicional Dança das Cadeiras. Nela, apenas um integrante de cada grupo poderá participar. Aquele que for o finalista terá uma questão para responder valendo 1 ponto extra. (25 min.)

Materiais para aula

Problemas para aula:

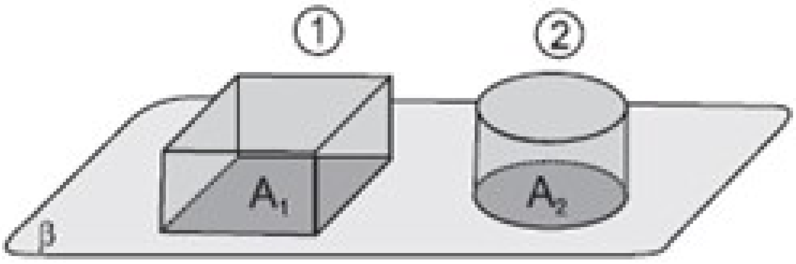
1. (ENEM 2015) Uma empresa de telefonia celular possui duas antenas que serão substituídas por uma nova, mais potente. As áreas de cobertura das antenas que serão substituídas são círculos de raio 2 km, cujas circunferências se tangenciam no ponto O, como mostra a figura.



O ponto O indica a posição da nova antena, e sua região de cobertura será um círculo cuja circunferência tangenciará externamente as circunferências das áreas de cobertura menores.

Com a instalação da nova antena, a medida da área de cobertura, em quilômetros quadrados, foi ampliada em?

2. (ENEM 2009) Em uma padaria, há dois tipos de forma de bolo, formas 1 e 2, como mostra a figura abaixo.



Sejam L o lado da base da forma quadrada, r o raio da base da forma redonda, A_1 e A_2 as áreas das bases das formas 1 e 2, e V_1 e V_2 os seus volumes, respectivamente. Se as formas têm a mesma altura h, para que elas comportem a mesma quantidade de massa de bolo, qual é a relação entre r e L?

(a) $L = r$

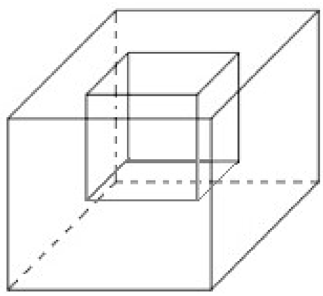
(b) $L = 2r$

(c) $L = r$

(d) $L = r\sqrt{\pi}$

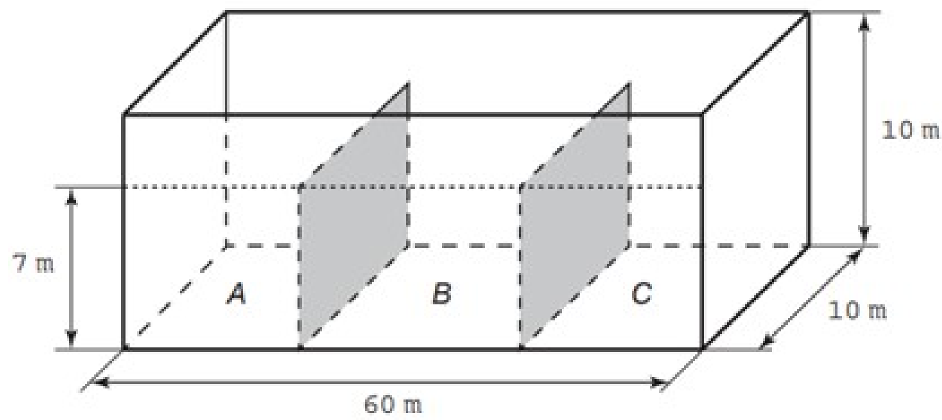
(e) $L = \frac{\pi^2}{2}$

3. (ENEM 2010) Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado a seguir.



O cubo de dentro é vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm. Qual o volume de madeira utilizado na confecção desse objeto?

4. (ENEM 2016) Um petroleiro possui reservatório em formato de um paralelepípedo retangular com as dimensões dadas.



Com o objetivo de minimizar o impacto ambiental de um eventual vazamento, esse reservatório é subdividido em três compartimentos, A, B e C, de mesmo volume, por duas placas de aço retangulares com dimensões de 7 m de altura e 10 m de base, de modo que os compartimentos são interligados, conforme a figura. Assim, caso haja rompimento no casco do reservatório, apenas uma parte de sua carga vazará.

Suponha que ocorra um desastre quando o petroleiro se encontra com sua carga máxima: ele sofre um acidente que ocasiona um furo no fundo do compartimento C. Para fins de cálculo, considere desprezíveis as espessuras das placas divisórias. Após o fim do vazamento, o volume de petróleo derramado terá sido de

(a) $1,4 \times 10^3$ m^3

(b) $1,8 \times 10^3$ m^3

(c) $2,0 \times 10^3$ m^3

(d) $3,2 \times 10^3$ m^3

(e) $6,0 \times 10^3$ m^3

5. (ENEM 2015) Uma fábrica de sorvetes utiliza embalagens plásticas no formato de paralelepípedo retangular reto. Internamente, a embalagem tem 10 cm de altura e base de 20 cm por 10 cm. No processo de confecção do sorvete, uma mistura é colocada na embalagem no estado líquido e, quando levada ao congelador, tem seu volume aumentado em 25%, ficando com consistência cremosa. Inicialmente é colocada na embalagem uma mistura sabor chocolate com volume de 1 000 cm^3 e, após essa mistura ficar cremosa, será adicionada uma mistura sabor morango, de modo que, ao final do processo de congelamento, a embalagem fique completamente preenchida com sorvete, sem transbordar.

O volume máximo, em cm^3, da mistura sabor morango que deverá ser colocado na embalagem é

(a) 450

(b) 500

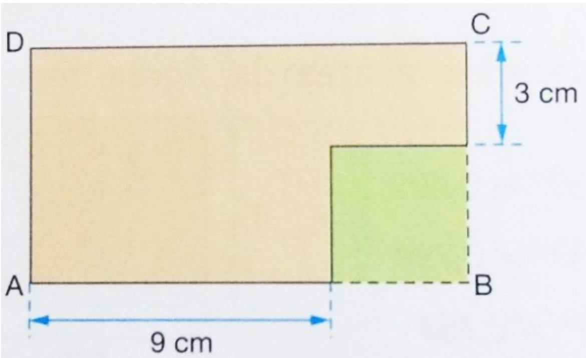
(c) 600

(d) 750

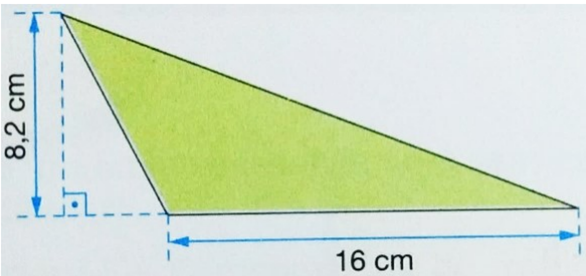
(e) 1000

Problemas para a avaliação

1. A área do retângulo ABCD é 91 cm^2. Qual é a área do quadrado destacado na figura?



2. Um retalho de tecido tem a forma e as medidas indicadas na figura. Qual é a área desse retalho?



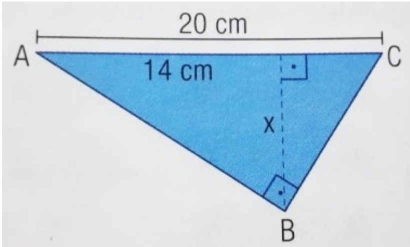
3. Em um polígono de perímetro 60 cm, todos os lados têm a mesma medida: 6 cm. Quantos lados tem esse polígono? E quantas diagonais?

4. Calcule a área de um trapézio sabendo que sua base menor mede 10,8 cm, sua base maior 17,2 cm, e sua altura é metade da soma das medidas das duas bases.

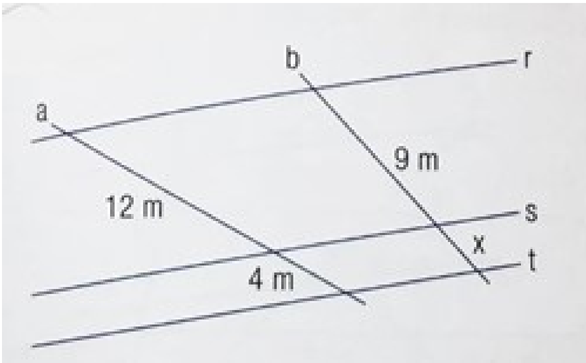
5. No paralelogramo MNPQ, o lado menor mede 3,25 cm e o lado maior mede o quádruplo do lado menor. Determine o perímetro do paralelogramo.

6. Em um trapézio, a base maior mede 24 cm e sua altura, 16,5 cm. Qual será sua área, se a base menor for 3/4 da base maior?

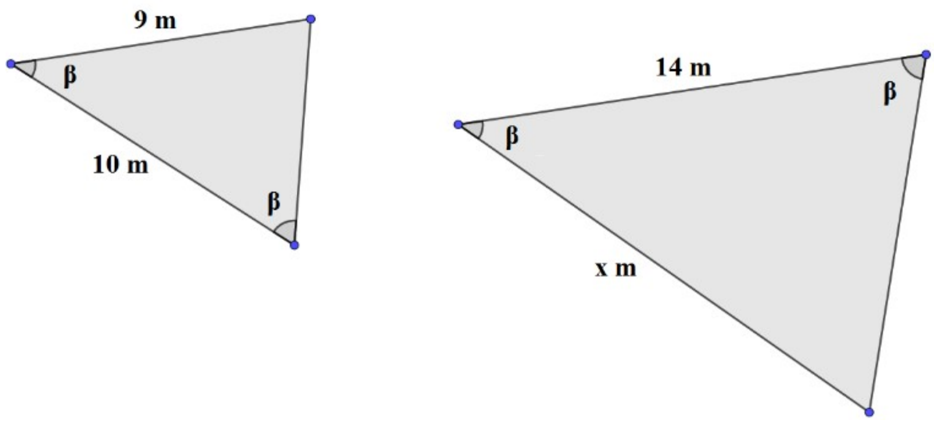
7. Determine o valor de x.



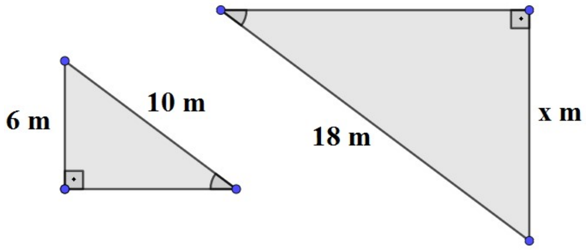
8. Calcule o valor de x sabendo que as retas *r*, *s* e *t* são paralelas.



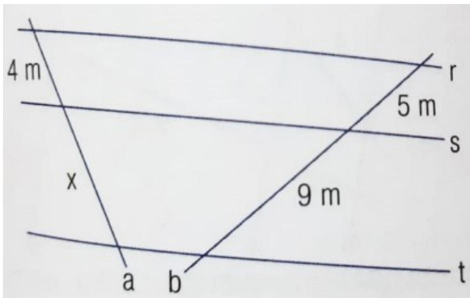
9. Determine o valor de x para que os triângulos sejam semelhantes.



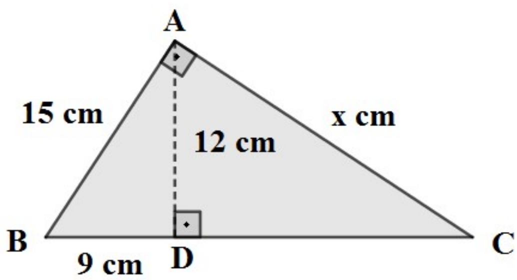
10. Determine o valor de x para que os triângulos sejam semelhantes.



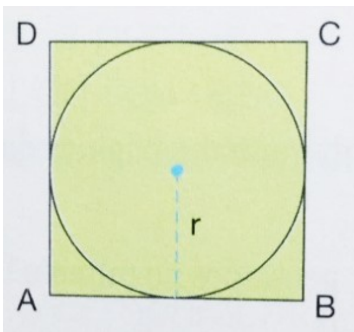
11. Calcule o valor de x sabendo que as retas *r*, *s* e *t* são paralelas.



12. Determine o valor de x.



13. Supondo que o quadrado ABCD da figura tem 80 cm de lado, qual é o comprimento da circunferência inscrita nesse quadrado?



14. Ao percorrer uma distância de 6280 m, uma roda dá 2000 voltas completas. Qual é o raio dessa roda?

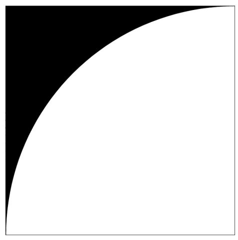
15. A medida do comprimento de um paralelepípedo é o triplo da medida de sua largura, e o dobro da medida de sua altura. Sabendo que esse paralelepípedo tem 36 cm^3 de volume, determine suas dimensões.

16. Um reservatório em forma de paralelepípedo, com 48 m^3 de volume, possui largura medindo o dobro da altura e o comprimento igual a 6 m. Calcule, em metros, a largura e a altura desse reservatório.

17. Qual o volume de um cilindro com 12 cm de altura e área da base igual a 23,25 cm^2?

18. Qual a altura de um cilindro com o volume igual a 2041 cm^3 e raio da base 10 cm?

19. Considere o quadrado de lados 12 cm. Calcule a área da região hachurada.



20. Moro com muitos irmãos no teu jogo de xadrez, nos mosaicos que tu pisas, nos azulejos que vês, nos livros aos quadradinhos que tu agora lês. Adivinha, adivinha que forma é a minha!

21. Tem três bicos, mas não bica. Vive num velho telhado, mas já o vi no chapéu de um palhaço engraçado. Já o vi numa vela de barco, no mar salgado. Que forma é esta, que vem a ser? Quem adivinha pode dizer.

22. Eu tenho quatro cantos, mas não sei cantar. Pareço um tapete, mas não sou de pisar. E na geometria podes me achar. Quem consegue adivinhar?

23. É redondo como a lua, mas de lá não vem luar. É redondo como o euro, mas não dá para comprar. Vive na geometria. Quem consegue adivinhar?

24. Sou elemento de um polígono. Para me enxergar dois pontos deve ligar. Não me conte duas vezes para não errar. Quem sou eu?

25. Tenho apenas dois lados paralelos, e posso ter um ângulo reto. Existe uma atração de circo, cujo nome deriva do meu. Adivinha, adivinha quem sou eu.

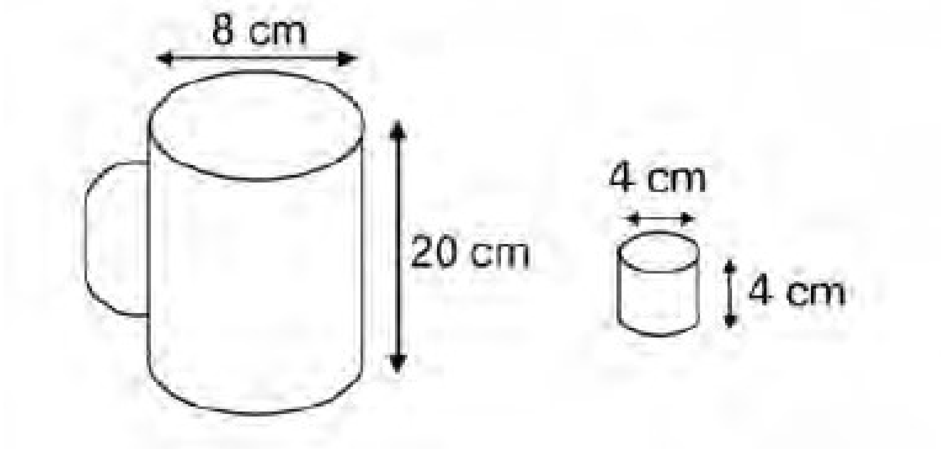
26. Qual é o país cujo nome é um paralelepípedo feminino de faces iguais?

27. Quantas crianças cabem em uma circunferência?

28. Vivo no mundo 1D, sem espessura você não consegue me ver. No mundo 2D também pode me encontrar, basta duas retas interceptar. Meu nome agora você deve adivinhar.

Problemas extras

1. (ENEM 2011) Dona Maria, diarista na casa da família Teixeira, precisa fazer café para servir as vinte pessoas que se encontram numa reunião na sala. Para fazer o café, Dona Maria dispõe de uma leiteira cilíndrica e copinhos plásticos, também cilíndricos.



Com o objetivo de não desperdiçar café, a diarista deseja colocar a quantidade mínima de água na leiteira para encher os vinte copinhos pela metade. Para que isso ocorra, Dona Maria deverá

(a) encher a leiteira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.

(b) encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.

(c) encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

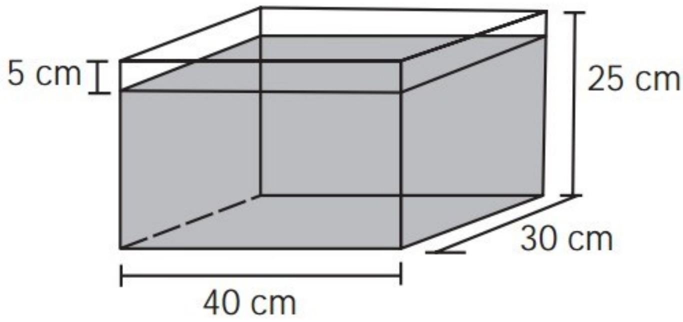
(d) encher duas leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

(e) encher cinco leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

2. (ENEM 2015) Para resolver o problema de abastecimento de água foi decidida, numa reunião de condomínio, a construção de uma nova cisterna. A cisterna atual tem formato cilíndrico, com 3 m de altura e 2 m de diâmetro, e estimou-se que a nova cisterna deverá comportar 81 m^3 de água, mantendo o formato cilíndrico e a altura da

atual. Após a inauguração da nova cisterna a antiga será desativada. Utilize 3,0 como aproximação para π. Qual deve ser o aumento, em metros, no raio da cisterna para atingir o volume desejado?

3. (ENEM 2012) Alguns objetos, durante a sua fabricação, necessitam passar por um processo de resfriamento. Para que isso ocorra, uma fábrica utiliza um tanque de resfriamento, como mostrado na figura.



O que aconteceria com o nível da água se colocássemos no tanque um objeto cujo volume fosse de 2400 cm^3? Considere que o objeto ficou completamente submerso.

(a) O nível subiria 0,2 cm, fazendo a água ficar com 20,2 cm de altura.

(b) O nível subiria 1 cm, fazendo a água ficar com 21 cm de altura.

(c) O nível subiria 2 cm, fazendo a água ficar com 22 cm de altura.

(d) O nível subiria 8 cm, fazendo a água transbordar.

(e) O nível subiria 20 cm, fazendo a água transbordar.

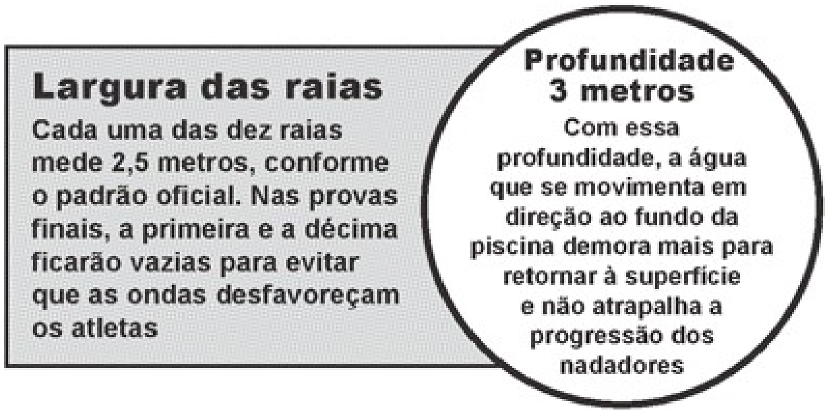
4. (ENEM 2018) Um artesão possui potes cilíndricos de tinta cujas medidas externas são 4 cm de diâmetro e 6 cm de altura. Ele pretende adquirir caixas organizadoras para armazenar seus potes de tinta, empilhados verticalmente com tampas voltadas para cima, de forma que as caixas possam ser fechadas. No mercado, existem cinco opções de caixas organizadoras, com tampa, em formato de paralelepípedo reto retângulo, vendidas pelo mesmo preço, possuindo as seguintes dimensões internas:

Modelo	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Altura (cm)
I	8	8	40
II	8	20	14
III	18	5	35
IV	20	12	12
V	24	8	14

Qual desses modelos o artesão deve adquirir para conseguir armazenar o maior número de potes por caixa?

(a) I
(b) II
(c) III
(d) IV
(e) V

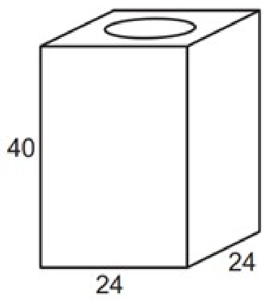
5. (ENEM 2017) Para a Olimpíada de 2012, a piscina principal do Centro Aquático de Londres, medindo 50 metros de comprimento, foi remodelada para ajudar os atletas a melhorar suas marcas. Observe duas das melhorias:



A capacidade da piscina em destaque, em metro cúbico, é igual a

(a) 3750
(b) 1500
(c) 1250
(d) 375
(e) 150

6. (ENEM 2014) Uma lata de tinta, com a forma de um paralelepípedo retangular reto, tem as dimensões, em centímetros, mostradas na figura.



Será produzida uma nova lata, com os mesmos formato e volume, de tal modo que as dimensões de sua base sejam 25% maiores que as da lata atual.

Para obter a altura da nova lata, a altura da lata atual deve ser reduzida em

(a) 14,4%

(b) 20,0%

(c) 32,0%

(d) 36,0%

(e) 64,0%

7. (FEI) Um líquido que ocupa uma altura de 10 cm num determinado recipiente cilíndrico será transferido para outro recipiente, também cilíndrico, com diâmetro 2 vezes maior que o primeiro. Qual será a altura ocupada pelo líquido nesse segundo recipiente?

   (a) 1,5 cm

   (b) 2 cm

   (c) 2,5 cm

   (d) 4,5 cm

   (e) 5 cm

8. (UFRS) Um pedaço de cano de 30 cm de comprimento e 10 cm de diâmetro interno encontra-se na posição vertical e possui a base inferior vedada. Colocando-se dois litros de água em seu interior, a água

   (a) ultrapassa o meio do cano.

   (b) transborda.

   (c) não chega ao meio do cano.

   (d) enche o cano até a borda.

   (e) atinge exatamente o meio do cano.

9. (ENEM 2012) Em exposições de artes plásticas, é usual que estátuas sejam expostas sobre plataformas giratórias. Uma medida de segurança é que a base da escultura esteja integralmente apoiada sobre a plataforma. Para que se providencie o equipamento adequado, no caso de uma base quadrada que será fixada sobre uma plataforma circular, o auxiliar técnico do evento deve estimar a medida R do raio adequado para a plataforma em termos da medida L do lado da base da estátua. Qual relação entre R e L o auxiliar técnico deverá apresentar de modo que a exigência de segurança seja cumprida?

10. (ENEM 2009) Uma empresa que fabrica esferas de aço, de 6 cm de raio, utiliza caixas de madeira, na forma de um cubo, para transportá-las. Sabendo que a capacidade de caixa é de 13.824 cm^3, então o número máximo de esferas que podem ser transportadas em uma caixa é igual a

    (a) 4
    (b) 8
    (c) 16
    (d) 24
    (e) 32

Referências

ARTESANATOBRASIL.NET. Disponível em: http://artesanatobrasil.net/brincadeira-junina/#surpresa. Acesso em: 24 jun. 2019.

DESCOMPLICA. Disponível em: https://descomplica.com.br/gabarito-enem/questoes/2009/segundo-dia/uma-empresa-que-fabrica-esferas-de-aco-de-6-cm-de-raio-utiliza-caixas-de-madeira-na-forma-de-um/. Acesso em: 24 jun. 2019.

DESCOMPLICA. Disponível em: https://descomplica.com.br/gabarito-enem/questoes/2011/segundo-dia/dona-maria-diarista-na-casa-da-familia-teixeira-precisa-fazer-cafe-para-servir-vinte-pessoas/. Acesso em: 24 jun. 2019.

DESCOMPLICA. Disponível em: https://descomplica.com.br/gabarito-enem/questoes/2012/segundo-dia/em-exposicoes-de-artes-plasticas-e-usual-que-estatuas-sejam-expostas-sobre-plataformas-giratorias/. Acesso em: 24 jun. 2019.

DESCOMPLICA. Disponível em: https://descomplica.com.br/gabarito-enem/questoes/2014/segundo-dia/uma-lata-de-tinta-com-a-forma-de-um-paralelepipedo-retangular-reto-tem-as-dimensoes/. Acesso em: 24 jun. 2019.

DESCOMPLICA. Disponível em: https://descomplica.com.br/gabarito-enem/questoes/2015/segundo-dia/uma-fabrica-de-sorvetes-utiliza-embalagens-plasticas-no-formato-de-paralelepipedo-retangular-reto/. Acesso em: 24 jun. 2019.

DESCOMPLICA. Disponível em: https://descomplica.com.br/gabarito-enem/questoes/2015/segundo-dia/para-resolver-o-problema-de-abastecimento-de-agua-foi-decidida-numa-reuniao-do-condominio/. Acesso em: 24 jun. 2019.

DESCOMPLICA. Disponível em: https://descomplica.com.br/gabarito-enem/questoes/2016/segundo-dia/um-petroleiro-possui-reservatorio-em-formato-de-um-paralelepipedo-retangular/. Acesso em: 24 jun. 2019.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática: 8º ano.** São Paulo: Ftd, 2009.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática: 9º ano.** São Paulo: Ftd, 2009.

INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. 2015. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2015/CAD_ENEM\%202015_DIA\%202_05_AMARELO.pdf. Acesso em: 24 jun. 2019.

INFOESCOLA: Navegando e aprendendo. Navegando e aprendendo. Disponível em: https://www.infoescola.com/matematica/volume-de-solidos-geometricos/exercicios/. Acesso em: 24 jun. 2019.

KUADRO. Disponível em: https://www.kuadro.com.br/gabarito/enem/2009/matematica/enem-cancelado-2009-em-uma-padaria-ha-dois-tipos-d/32614. Acesso em: 24 jun. 2019.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática:** ideias e desafios, 7º ano. 18. ed. São Paulo: Saraiva, 2015.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática:** ideias e desafios, 8º ano. 18. ed. São Paulo: Saraiva, 2015.

OLIVEIRA, Maria das Dores. Adivinhas formas geométricas. 2014. Disponível em: https://pt.slideshare.net/mariadasdoresoliveira/adivinhas-formas-geomtricas. Acesso em: 24 jun. 2019.

PROJETO MEDICINA. Disponível em: http://projetomedicina.com.br/site/attachments/article/411/matematica_geometria_espacial_cilindros_exercicios.pdf. Acesso em: 24 jun. 2019.

SÓ EXERCÍCIOS. Disponível em: https://www.soexercicios.com.br/plataforma/questoes-de-vestibular/ENEM/36103-36104/-volume-de-um-paralelepipedo-volume-de-um-cubo-/1. Acesso em: 24 jun. 2019.

2.3.6 RELATO DO 10º ENCONTRO - 29/06/2019

Iniciamos com os preparativos da sala, organizando as carteiras duas a duas, para a formação dos grupos, e ainda decorando com a temática junina, que seria utilizado para a avaliação. O encontro contou com a presença de 18 estudantes, sendo 7 meninos e 11 meninas.

Figura 13: Decoração da sala com bandeirinhas

Figura 14: Decoração da sala para a atividade do polígono surpresa

A primeira atividade desenvolvida com os alunos foi a de medição de corpos redondos a fim de encontrar aproximações para o π (Pi).

Figura 15: Medições

Durante a estimação do diâmetro, um aluno pediu validação sobre sua forma de utilizar a régua, para ele era necessário começar a medir a partir do início da régua e não da marca 0 (zero), pois foi assim que aprendeu, explicamos que essa forma não era correta e indicamos como proceder, assim o estudante conseguiu finalizar a atividade. Pedimos para que um integrante de cada grupo fosse ao quadro e escrevesse uma de suas anotações.

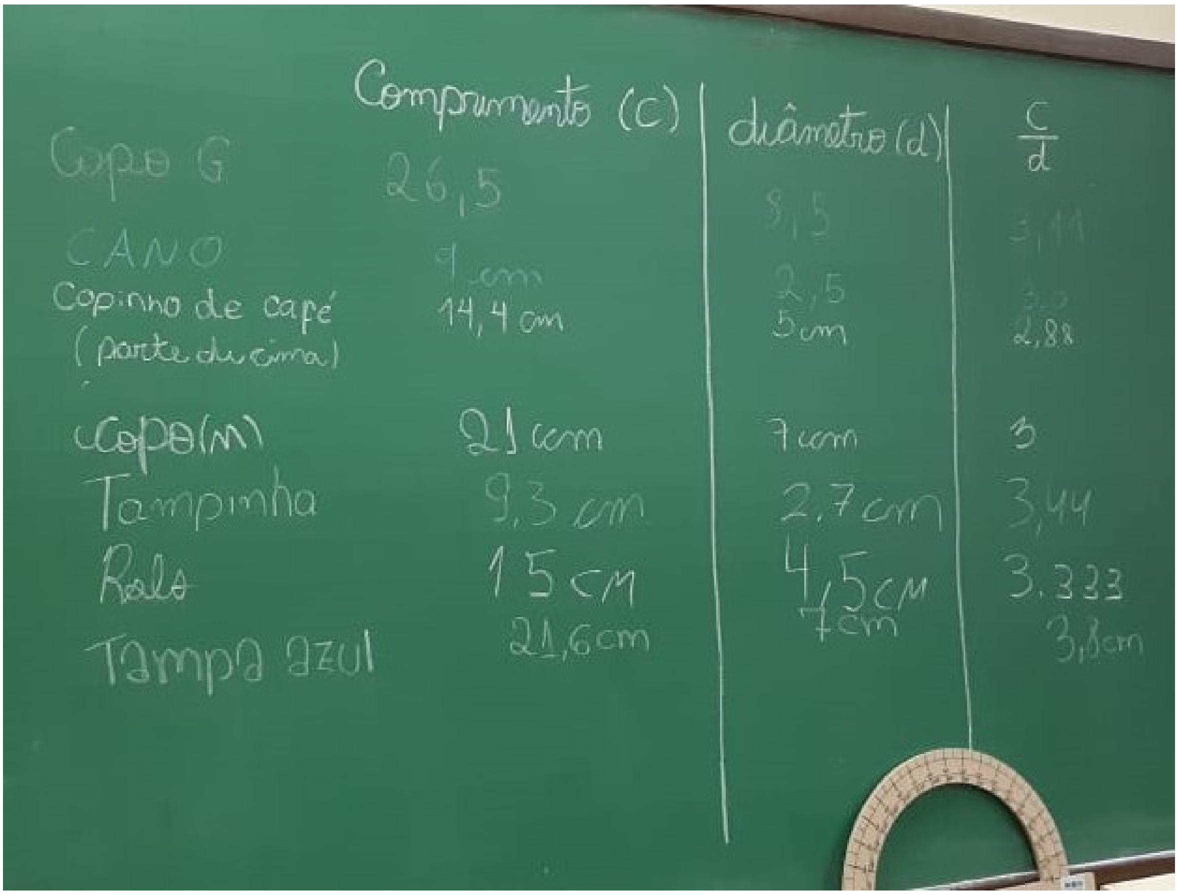


Figura 16: Tabela de medições

Com os dados apresentados, questionamos os alunos sobre qual seria o propósito da atividade. Em resposta, um dos discentes falou sobre o π (Pi), e outro ainda apresentou este número com até a sexta casa decimal. Chamamos a atenção dos alunos para o fato de que a razão entre o comprimento da circunferência e o diâmetro variou, devido a precisão dos equipamentos utilizados, uma vez que foram utilizados barbante para a análise do comprimento e réguas.

Na sequência trabalhamos com as definições previstas em lâminas e em quadro, além de observar com eles que o diâmetro é igual a duas vezes o raio. Partindo da tabela conseguimos deduzir a fórmula do comprimento da circunferência. Utilizando uma visualização no software Geogebra, deduzimos a fórmula da área do círculo. Antes da definição de volume questionamos os alunos sobre este termo, em resposta um aluno falou sobre a capacidade, dessa forma definimos esse conceito e apresentamos uma visualização, novamente com o software Geogebra, para o caso específico do volume de um paralelepípedo.

Prosseguimos a aula com a resolução da lista de exercícios. Percebemos que alguns alunos demonstram dificuldades em questões algébricas, pois, ao trabalharmos com a segunda questão da lista, muitos estavam perdidos, situação já ocorrida em outras aulas.

Após o intervalo, iniciamos a avaliação em formato de gincana com a atividade de reconhecimento de polígonos côncavos e convexos. Por ter sido realizado uma confraternização que levou mais tempo, eliminamos o cálculo das áreas das bandeirinhas. Nela, boa parte dos alunos deram respostas satisfatórias, sendo apenas dois grupos dentre os seis a não acertarem ambos reconhecimentos.

Em seguida, na atividade das paçocas, ficamos surpresos devido a divisão da turma, uma vez que apenas metade dos grupos respondeu corretamente.

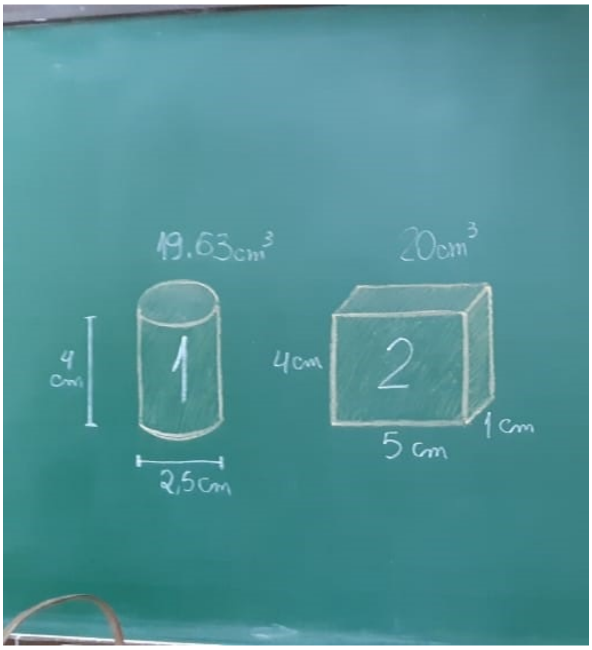


Figura 17: Medidas das paçocas

Na sequência foi aplicada a atividade do polígono surpresa que continha problemas envolvendo todos os conteúdos do módulo de geometria. Ficamos satisfeito com o desenvolvimento dos alunos, uma vez que todos os grupos conseguiram pontuar, ou seja, responder corretamente uma ou duas das questões. Aqueles que obtiveram somente um ponto foi devido a não conclusão de uma das questões, uma vez que limitamos o tempo. Mesmo esses que não concluíram em tempo, continuaram discutindo sobre o problema, interessados em resolver.

Logo após, realizamos a atividade do correio elegante matemático, que tinha como objetivo trabalhar com conceitos matemáticos de forma lúdica através de charadas. Nela os alunos puderam validar a resposta do grupo que escolheram entregar a pergunta.

Então prosseguimos para a atividade da caixinha premiada. Nela cada grupo pôde escolher uma caixinha, por ordem de pontuação, para calcular o volume e ganhar os brindes contidos. Apenas um grupo apresentou dificuldade.

Em seguida, foi realizada a dança das cadeiras no tema de festa junina com apenas um integrante de cada grupo. O vencedor ganhou um problema extra, no entanto, por não conseguirem resolver, passaram para o segundo colocado. O segundo colocado estava com o raciocínio correto, porém chegaram à resposta errada. Assim, foi passado ao terceiro colocado, que conseguiu obter o resultado. O ponto extra acarretou empate entre dois grupos. Assim, para desempatar, utilizamos as charadas que restaram da atividade do correio.

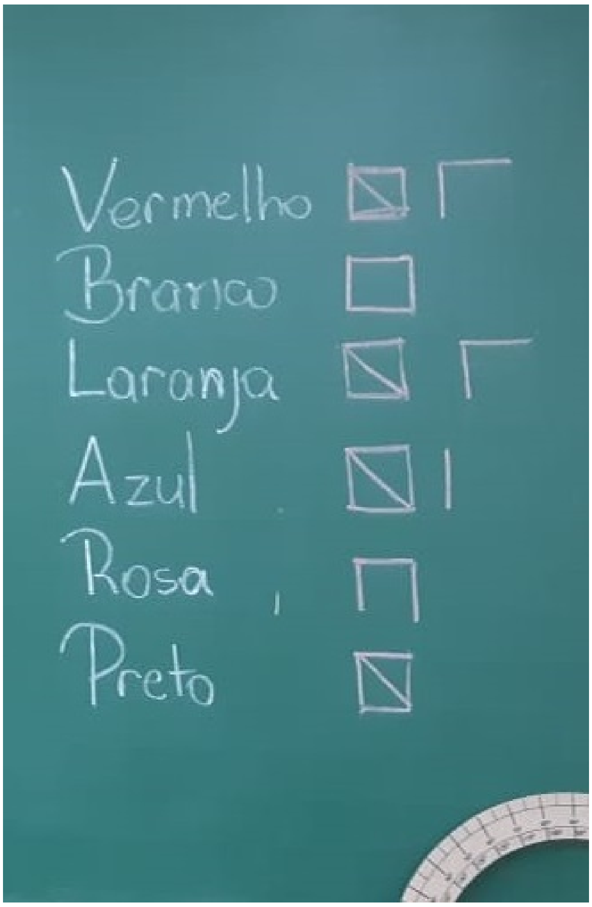


Figura 18: Pontuação dos grupos

Para finalizar nossa participação do PROMAT 2019, entregamos aos alunos lembrancinhas e agradecemos a participação. Eles também agradeceram a nós por nosso trabalho desenvolvido.

3 PROJETO DIA NACIONAL DA MATEMÁTICA

3.1 INTRODUÇÃO

Este projeto tem por objetivo trabalhar com os conteúdos envolvendo o conjunto dos números naturais e suas operações nas turmas de sexto ano e conteúdos envolvendo o conjunto dos números racionais e suas operações nas turmas de nono ano no contexto de jogos, elaborado como trabalho complementar de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado I, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná.

O projeto baseia-se na elaboração e aplicação de atividades diferenciadas envolvendo a Matemática, para turmas do nono ano do período matutino e turmas do sexto ano do período vespertino. As atividades neste descritas serão desenvolvidas no Colégio Estadual Marechal Humberto Alencar Castelo Branco e têm por finalidade divulgar o Dia Nacional da Matemática, bem como seus motivos, além de promover o interesse dos alunos pela disciplina através de atividades diferenciadas.

A elaboração deste justifica-se pela necessidade cada vez maior de atualizar os modelos de ensino vigentes buscando resgatar o interesse, cada vez mais escasso, dos alunos pela matemática. Além disto, pretende-se divulgar o dia 06 de maio como o Dia Nacional da Matemática, apresentando a lei n° 12.835, sancionada em 26 de junho de 2013, que instituiu oficialmente esta data e a relação deste dia com a história de Malba Tahan. Vale ressaltar que a realização deste projeto estava prevista para o referente dia 06 de maio, no entanto, devido ao cronograma da disciplina as atividades foram adiantadas e devem ser realizadas no dia 03 de maio, simbolizando o Dia Nacional da Matemática.

Segundo D'Ambrosio (s.d., p. 1), "há um risco de desaparecimento da Matemática, como vem sendo praticada atualmente no currículo, como disciplina autônoma dos sistemas escolares, pois ela se mostra, na sua maior parte, obsoleta, inútil e desinteressante". Refletindo sobre esta realidade tão presente nas escolas, é importante que haja não só uma preocupação por parte dos educadores em reverter esta situação, como também a elaboração de novos projetos de ensino e metodologias inovadoras para trabalhar a matemática de forma mais significativa, resgatando sua essência e relacionando-a com a vivência do aluno, tanto na escola como na sociedade em geral.

Em vista desta necessidade de inovação, o Dia Nacional da Matemática pode ser uma excelente oportunidade para divulgar novas ideias e estimular a implantação de novas práticas de ensino através da utilização de mídias e de sua contextualização.

3.2 PLANO DE AULA - DIA NACIONAL DA MATEMÁTICA

Objetivos gerais:

- Divulgar o Dia da Matemática;
- Despertar o interesse pela aprendizagem da Matemática através do trabalho de conteúdos específicos de forma lúdica;
- Elencar fatos históricos importantes, estimulando os alunos a relacionar a história da matemática com sua aplicação na atualidade.

Objetivos específicos: Com a realização do projeto em questão, pretende-se que os alunos possam:

- Obter o conhecimento da existência do Dia Nacional da Matemática, da lei federal que o rege e a relação desta data com a história de Malba Tahan;
- Conhecer um pouco da história de Malba Tahan e suas publicações, bem como seus principais contos e livros;
- Ter um momento de recreação, trabalhando a matemática de forma divertida e interessante;
- Trabalhar com os conceitos de adição, subtração, divisão e multiplicação no contexto dos números naturais nas turmas de sexto ano, e no contexto dos números racionais nas turmas de nono ano;
- Desenvolver o raciocínio lógico.

Metodologia

Plano de aula para os sextos anos

Etapa 1: Preparação da sala

Nesta etapa, organizaremos a sala de modo que possua quatro "ilhas de jogos". Em cada ilha terá um professor/estagiário para explicar o funcionamento do jogo que ali se encontra, bem como auxiliar os alunos durante o desenrolar do jogo.

Etapa 2: Iniciaremos a aula perguntando se os alunos sabem da existência do dia Nacional da Matemática. Após, prosseguiremos apresentando alguns fatos relacionados a origem de tal data. Logo após, será instruído aos discentes que escolham alguma das ilhas para começarem a jogar.

Jogos

ILHA 1: Jogo *Salute*

Número de jogadores: 3

Materiais necessários: Cartas de baralho comum; Folhas; Lápis; Borracha.

Regras do jogo:

As cartas são distribuídas para dois dos três jogadores. Os dois jogadores sentam-se um de frente ao outro, cada um segurando seu monte virado para baixo. Simultaneamente, os dois jogadores pegam a carta de cima de seus respectivos montes e gritam Salute!, segurando-as perto de suas caras de maneira que possam ver somente a carta da outra pessoa.

O terceiro jogador usa os dois números à mostra e anuncia o produto, por exemplo 40. Cada jogador tenta deduzir o número de sua própria carta dividindo o produto pelo número do oponente. A pessoa que gritar o número correto pega ambas as cartas. O vencedor é o participante que tiver mais cartas.

ILHA 2: Jogo *Avançando com o resto*

Número de jogadores: 2 a 4

Materiais necessários: Tabuleiro; Um dado de 6 faces; Dois marcadores (peões), uma para cada jogador; Caderno; Lápis; Borracha.

Figura 19: Tabuleiro para o jogo avançando com o resto

Regras do jogo:

(i) Na primeira rodada, cada jogador lança o dado e anda o número de casas correspondente aos pontos obtidos;

(ii) Na segunda e demais rodadas, cada jogador, na sua vez, joga o dado e faz uma divisão onde: o dividendo é o número da casa onde sua ficha está e o divisor é o número de pontos obtidos no dado;

(iii) Em seguida, calcula-se o resultado da divisão e movimenta-se o peão, de modo que o número de casas a ser andadas é igual ao resto da divisão efetuada.

(iv) O jogador que, na sua vez, efetuar um cálculo errado perde sua vez de jogar.

(v) Para vencer o jogo, cada jogador deverá obter um resto que faça alcançar a casa fim.

(vi) Vence o jogador que chegar primeiro ao espaço ocupado pela palavra fim.

ILHA 3: *Jogo da A(+) S(−) M(×) D(÷)*

Número de jogadores: 2 a 4

Materiais necessários: Tabuleiro; Três dados comuns; 5 peões; Folhas; Lápis; Borracha.

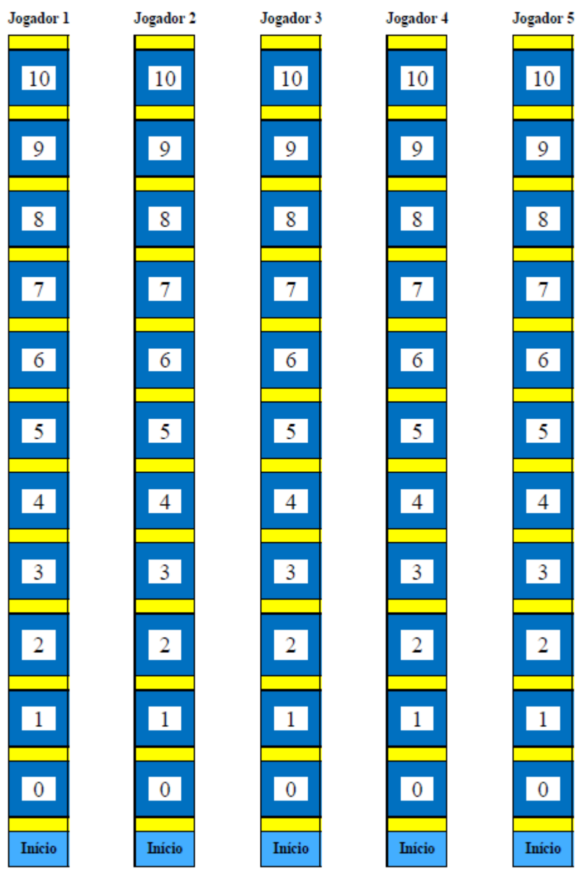


Figura 20: Tabuleiro para o jogo da A(+) S(−) M(×) D(÷)

Regras do jogo:

(i) Primeiramente, deverá ser escolhida a ordem dos jogadores, o critério para isso é arbitrário;

(ii) Em seguida, todos os jogadores deverão posicionar seus peões na casa do tabuleiro denominada início;

(iii) Logo após, o jogador número 1 deverá lançar os 3 dados, para em seguida tentar obter uma operação matemática envolvendo os números obtidos nas faces superiores dos três dados, e que possua como resultado o número da casa seguinte (no caso o 0);

(iv) Caso esse jogador consiga obter tal operação ele deverá posicionar o seu peão na casa que contém o zero e, repetir o processo;

(v) Todavia, caso ele não consiga, deverá então passar a vez para o próximo jogador, que deverá seguir o mesmo processo;

(vi) Vence o jogo aquele que chegar com o seu peão primeiro à casa do tabuleiro que contém o número 10.

<u>ILHA 4: Torre de Hanói com 3 discos</u>

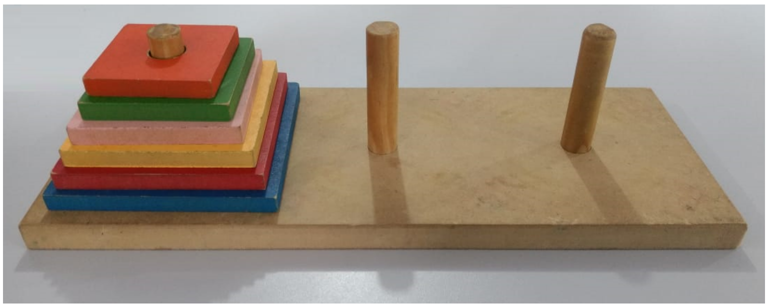


Figura 21: Torre de Hanói

Esta ilha possuirá torres de Hanói, com três discos, para até 3 jogadores. A atividade desta ilha consistirá em solicitar aos alunos que ali estiverem para que tentem resolver o problema da torre de Hanói com o menor número possível de movimentações das peças.

ILHA 5: Torre de Hanói com 4 discos

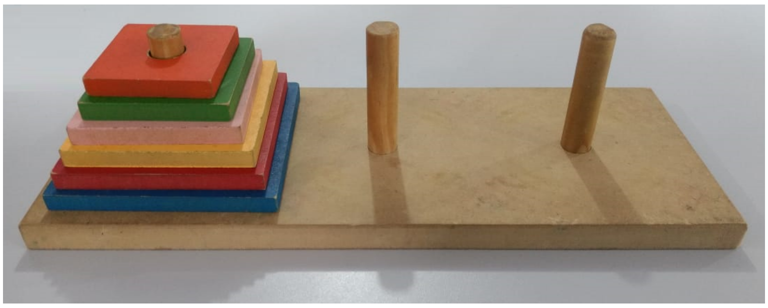


Figura 22: Torre de Hanói

Esta ilha possuirá torres de Hanói, com quatro discos, para até 3 jogadores. A atividade desta ilha consistirá em solicitar aos alunos que ali estiverem para que tentem resolver o problema da torre de Hanói com o menor número possível de movimentações das peças.

Plano de aula para os nonos anos

Etapa 1: Preparação da sala

Nesta etapa, organizaremos a sala de modo a formar grupos de até 6 pessoas. Cada grupo terá uma cor e competirá com os demais na gincana proposta.

Etapa 2: Iniciaremos a aula perguntando se os alunos sabem da existência do dia Nacional da Matemática. Após, prosseguiremos apresentando alguns fatos relacionados a origem de tal data.

Etapa 3: Na sequência realizaremos o jogo "Partes do Todo"em cada um dos grupos. O ganhador será o líder da equipe.

Jogo: Partes do Todo

Número de jogadores: Até 6 pessoas.

Materiais necessários: Tabuleiro, peões e dados.

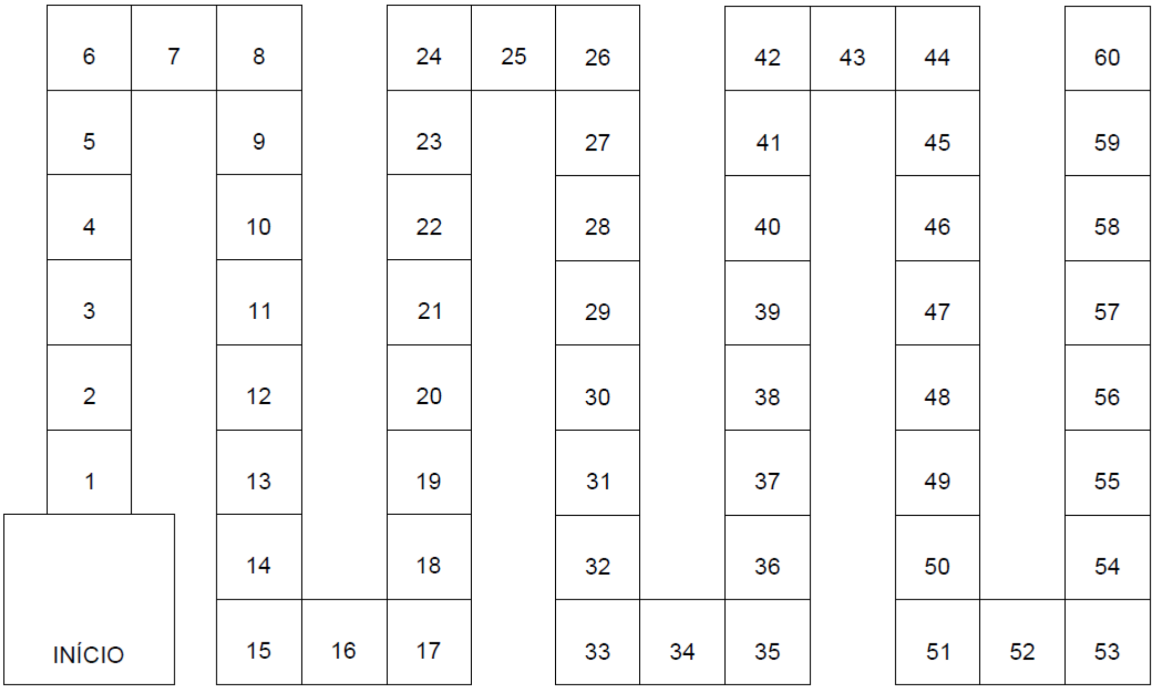


Figura 23: Tabuleiro para o jogo Partes do Todo

Regras do jogo:

- Inicialmente joga-se o dado para definir o primeiro jogador. A pessoa que obtiver o maior número começa. Em caso do maior número ser igual entre os jogadores, deve-se jogar o dado novamente comparando os números.
- Na sequência os jogadores localizados ao lado do primeiro jogador jogam os dados para determinar a ordem (sentido horário ou anti-horário). A pessoa que obtiver o maior número, será a segunda a jogar.
- Em seguida, embaralham-se as cartas.
- Cada jogador, em sua vez, deve comprar uma carta e andar conforme a instrução contida nela.
- Ganha quem completar o todo por primeiro.

Etapa 4: Em seguida, cada um dos grupos será encaminhado para uma atividade para determinar a quantidade de perguntas que poderão responder. Essa atividade é composta por um cesto e bolinhas, na qual é necessário arremessar as bolinhas ao cesto. Serão disponibilizadas 10 bolinhas, sendo cada bolinha um direito de resposta e 5 a quantidade máxima de perguntas a serem respondidas por cada grupo.

Etapa 5: Logo após será realizada a disputa entre equipes. Nessa atividade, serão colocadas no quadro operações envolvendo frações. Cada resposta correta acarretará um ponto para a equipe.

Etapa 6: Na sequência, as equipes serão desafiadas a montar a Torre de Hanói. A equipe que tiver menor quantidade de movimentos ganha um ponto extra.

Figura 24: Torre de Hanói grande

Etapa 7: Após todas as perguntas, disponibilizaremos o jogo "Triângulo dos nove"que somará um ponto extra para cada grupo que conseguir completá-lo.

Jogo: Triângulo dos nove

Número de jogadores: Até 3 pessoas.

Materiais necessários: 3 tabuleiros e peões numerados de 1 a 9 para cada tabuleiro.

Regras do jogo:

- Cada jogador deverá receber um conjunto tabuleiro peões;
- Os peões devem ser dispostos sobre o tabuleiro, dentro dos triângulos, de modo que as peças presentes em cada linha – vertical ou diagonal, quando somadas resultem em 9.
- Vence o aluno que conseguir descobrir a solução primeiro.

Etapa 8: Na sequência, proporemos um problema matemático encontrado em um dos livros do Malba Tahan.

Público Alvo

O projeto baseia-se na realização de algumas atividades relacionadas com o Dia Nacional da Matemática e alguns jogos. Tais atividades serão desenvolvidas com os alunos dos nonos anos A e B do período matutino e sextos anos A e C do período vespertino do Colégio Estadual Marechal Humberto Alencar Castelo Branco. Desta forma, almeja-se selecionar conceitos que estejam em harmonia com os níveis de conhecimento dos alunos aos quais pretendemos atingir, recordando em especial os conteúdos referentes as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão no conjunto dos naturais, para o sexto ano, enquanto que para os nonos anos essas operações estarão inseridas no contexto do conjunto dos racionais.

Cronograma

O projeto será composto de 8 horas/aula, conforme o tabela a seguir.

Manhã	Tarde
7h30 – 9h10	13h30 – 15h10
Intervalo	Intervalo
10h15 – 11h45	16h15 – 17h45

Resultados

Esperamos que seja proveitoso e divertido aos alunos.

Referências

BRASIL. Lei Federal nº12 835, de 26 de junho de 2013, que institui o Dia Nacional da Matemática. Casa Civil, subchefia para assuntos jurídicos. Brasília, DF, 26 de junho de 2013.

D'AMBROSIO, U. Por que se ensina Matemática? Disponível em: http://apoiolondrina.pbworks.com/f/Por\%2520que\%2520ensinar\%2520Matematica.pdf Acessado em: 20 jul. 2017.

3.3 RELATO DO DIA NACIONAL DA MATEMÁTICA

Realizamos o Dia da Matemática em duas turmas de 9º ano (9º A e 9º B) no período da manhã e três turmas de 6º ano (6º A, 6º B e 6º C) no período da tarde, totalizando nove horas-aula. Foi reservada uma sala para que pudéssemos realizar o Dia da Matemática tanto no período da manhã quanto no da tarde, assim conseguimos deixar a sala organizada antes dos alunos chegarem. Em todas as turmas iniciamos perguntando se alguém conhecia o Dia da Matemática, recebemos apenas uma resposta afirmativa em uma turma do 6º ano, e então falamos sobre este dia e sobre o professor Júlio César de Mello e Souza, mais conhecido como Malba Tahan, mostrando um de seus livros mais famosos, “O homem que calculava”.

Nos nonos anos dividimos os alunos em grupos de até quatro integrantes e realizamos uma gincana. Nossa professora orientadora e cada um de nós supervisionamos e auxiliamos um dos grupos.

A primeira turma em que trabalhamos foi o 9º A, na primeira e segunda aula do período da manhã. Nessa turma não conseguimos desenvolver todas as atividades que havíamos planejado, mesmo utilizando duas horas-aula, uma vez que procuramos desenvolver as atividades com todos os alunos ao mesmo tempo e alguns grupos demoraram mais tempo que o estimado.

Iniciamos a gincana com o jogo “Partes do todo”. Inicialmente o jogo causou certa estranheza nos alunos, mas conforme foram jogando, não apresentaram mais dificuldades sobre seu funcionamento.

Ao final desta primeira parte encaminhamos os grupos à atividade que definiu quantas perguntas cada grupo teria direito de responder. Enquanto esperavam os colegas terminarem o jogo, alguns grupos quiseram jogar novamente o “Partes do todo” e outros preferiram apenas conversar.

Assim que todos os grupos finalizaram o jogo começamos a etapa das perguntas. Os alunos apresentaram dificuldade ao operar com frações, não conseguindo responder corretamente e demorando mais que o esperado, dessa forma nós fomos ao quadro para resolver com eles e explicar cada uma das passagens feitas durante as contas. Continuamos com essas operações até o final do tempo proposto, desse modo, várias atividades planejadas não foram utilizadas.

Estava combinado de trabalharmos com a turma do 9º B nas duas últimas aulas (quarta e quinta), no entanto a professora da turma adiantou as aulas e por isso trabalhamos com os alunos na terceira e quarta aula, com o intervalo entre elas. Com base no que aconteceu com a turma anterior, decidimos realizar as atividades com os grupos conforme iam terminando o jogo, não esperando todos finalizarem para prosseguir, como havíamos feito anteriormente.

Novamente, o jogo causou, inicialmente, certa estranheza, além disso, esta turma apresentou maior dificuldade em trabalhar com as frações contidas no jogo, no entanto, com nosso auxilio, conseguiram finalizar o jogo.

Antes de iniciarmos a parte das perguntas, retomamos com os alunos como era feito as operações com frações, notamos que isso foi bastante proveitoso para eles, pois muitos haviam se esquecido de como proceder em cada caso. Dessa forma, essa parte da gincana foi desenvolvida em tempo menor que na turma anterior e assim pudemos realizar as outras atividades.

Até aqui, os alunos haviam pontuado conforme os resultados corretos das operações, prosseguimos então com as atividades que valiam pontos extras. Trabalhamos com duas atividades simultaneamente, o "Triângulo dos 9" e a Torre de Hanói com cinco peças. A primeira os alunos conseguiram resolver rapidamente, já a segunda, alguns grupos apresentaram muita dificuldade em como mover as peças, um dos grupos não conseguiu finalizar a atividade mesmo após realizar mais de noventa movimentos.

Utilizamos a Torre de Hanói mais como uma brincadeira, e por este motivo não trabalhamos com a fórmula para obter o menor número de movimentos necessário para terminar o jogo. No entanto, como contamos os movimentos realizados pelos alunos e dissemos que ganharia o grupo que utilizasse o menor número, alguns alunos nos questionaram sobre qual seria o mínimo de movimentos possíveis e nós, então, falamos que existia uma forma de calcular esta quantidade e que eles poderiam tentar encontrá-la. Conseguimos desenvolver todas as atividades planejadas nesta turma.

No período da tarde, realizamos as atividades na primeira e na segunda aula com a turma do 6º A. Não havíamos programado trabalhar com a turma do 6º B, mas como a professora da turma nos pediu para trabalhar com eles, para que não ficassem sem as brincadeiras, realizamos o Dia da matemática nessa turma na terceira aula. Na quarta e quinta aula, trabalhamos com a turma do 6º C.

Os alunos estavam muito animados e participativos, eles se separaram em grupos de dois, três ou quatro e nós ficamos supervisionando e ajudando durante cada um dos jogos, além de disponibilizar um novo jogo quando terminavam o anterior. Decidimos proceder desta forma, diferentemente de trabalhar com as ilhas de jogos como havíamos planejado, já que a professora da turma nos disse que os discentes tinham muita energia e concluímos que as trocas de jogos poderiam gerar certa bagunça.

Procuramos trabalhar as operações com números naturais, como a professora da turma havia solicitado, através dos jogos. Com o jogo "Salute", que utilizava apenas a operação de multiplicação, conseguimos perceber como alguns alunos apresentavam facilidade com a tabuada enquanto outros tinham dificuldade até nas mais fáceis como a do dois, nestes momentos procurávamos auxiliá-los, trabalhando com a soma repetida dos números, por exemplo.

No jogo "Avançando com o resto", era necessário descobrir o resto da divisão. Percebemos que muitos alunos não se animaram em jogá-lo preferindo outros, como a "Torre de Hanói", mas mesmo assim jogavam. Com o tempo os alunos percebiam que parar na casa contendo o número 0 (zero) representava perder o jogo, e que era mais difícil sair de algumas casas como a do trinta e seis, pois este apresentava resto apenas quando dividido por cinco.

Muitos alunos apresentaram dificuldade no "Jogo da A($+$) S($-$) M($\times$) D($\div$)", pois não conseguiam visualizar as possíveis formas de organizar as operações com os números tirados nos dados para que resultassem no valor desejado, dessa forma nos procuravam muito para saber se com os números obtidos era possível chegar no que queriam ou não. O interessante desse jogo foi observar que mesmo que estivessem disputando entre si, os estudantes tentavam se ajudar, dizendo ao outro como formar o número desejado.

Havíamos planejado trabalhar com a "Torre de Hanói" utilizando apenas três e quatro peças. Ficamos impressionados com a facilidade que muitos demonstraram em montar a torre e na vontade que eles tinham de tentar sempre com mais peças, dessa forma quase todos os alunos conseguiram finalizar a torre de seis peças.

Além dos jogos organizados para estas turmas, também trabalhamos com o "Triângulo dos 9" que havíamos utilizado no 9°B, os alunos debatiam bastante sobre a disposição das peças no tabuleiro triangular e ao conseguirem finalizar a atividade vinham empolgados pedir para que verificássemos o que haviam feito.

Com a primeira turma percebemos que ao disponibilizarmos jogos, considerados por eles, mais fáceis (como a "Torre de Hanói" e o "Salute") antes dos mais difíceis (como o "Jogo da A($+$) S($-$) M($\times$) D($\div$)" e o " Avançando com o resto"), os estudantes não se engajavam em realizar estes e pediam para jogar novamente aqueles. Por este motivo, nas turmas B e C, tentamos sempre realizar os jogos mais difíceis primeiro.

Ao final das aulas destinadas a cada turma, alguns alunos vinham se despedir de nós com abraços e ficavam tristes ao receberem respostas negativas ao perguntarem se voltaríamos a trabalhar com eles.

O Dia da Matemática foi uma ótima experiência para nossa formação. Tivemos uma grande participação por parte dos alunos e da professora das turmas, que nos auxiliou em todas as atividades. Além de termos sido muito bem recebidos pela escola, também nos cederam uma sala para desenvolvermos as atividades, o que facilitou nossa organização e proporcionou um maior proveito do tempo.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os encontros do PROMAT e o Dia da Matemática que realizamos proporcionaram uma valiosa experiência para nossa formação. O projeto propiciou um ambiente em que tivemos liberdade de escolha quanto a maneira de trabalhar com os conteúdos programados, dessa forma conseguimos utilizar metodologias que estudamos, até o momento, durante a graduação e analisar seus resultados.

Em várias de nossas aulas utilizamos a Resolução de Problemas como base para a nossa prática em sala de aula, e percebemos uma maior participação dos alunos quando comparadas àquelas em que não trabalhamos com tal metodologia. Também, alguns alunos relataram que o modo como foram abordados os conteúdos, nessas aulas, os faziam pensar e explorar outras maneiras de resolver os problemas sem utilizar, necessariamente, algoritmos prontos. Dessa forma, acreditamos que utilizar metodologias como a que seguimos auxiliam na aprendizagem do aluno.

Além disso, ao final de cada módulo tentamos aplicar avaliações através de atividades lúdicas. Percebemos que as gincanas e jogos despertaram a competitividade, o que levava a uma grande participação dos alunos.

Apesar de termos tido uma grande evasão de estudantes no decorrer das aulas que ministramos, a maioria dos alunos que terminaram o semestre estava presente desde o primeiro encontro, o que os levou a criar uma boa relação conosco. Ao final de nossa última aula, os discentes nos agradeceram pelo esforço dedicado as aulas e nos desejaram sucesso em nossa trajetória.

Com o PROMAT, entendemos que dar aula é mais do que apenas ministra-la, pois é necessário uma boa preparação, desde a seleção dos problemas utilizados em aula até a organização dos materiais e da sala, que requer muito tempo e dedicação.