CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
COLEGIADO DEMATEMÁTICA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
UNIOESTE- CAMPUS DE CASCAVEL

BIANCA PRIMAZ
JULIANO RIBEIRO PADILHA
KEVEN DOWGLAS RODRIGUES DA COSTA PAIXÃO

RELATÓRIO DA DISCIPLINA DE METODOLOGIA E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA:

ESTÁGIO SUPERVISIONADO I
PROMAT

CASCAVEL 2025

BIANCA PRIMAZ
JULIANO RIBEIRO PADILHA
KEVEN DOWGLAS RODRIGUES DA COSTA PAIXÃO

RELATÓRIO DA DISCIPLINA DE METODOLOGIA EPRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA:

ESTÁGIO SUPERVISIONADO I

PROMAT

Relatório apresentado como requisito parcial da disciplina Metodologia e prática de ensino de matemática - Estágio supervisionado para aprovação. Orientador: Prof. Dr. Jesus Marcos Camargo.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

INTRODUÇÃO

Este relatório tem por objetivo apresentar as atividades desenvolvidas no Promat Programa de Acesso e de Permanência de Estudantes da Rede Pública de Ensino em Universidades Públicas, realizado na Universidade Estadual do Oeste do Paraná Campus de Cascavel, no período do Estágio Supervisionado I, componente curricular do curso de Licenciatura em Matemática.

O documento reúne uma descrição geral do programa, seus objetivos, organização e público-alvo, além de apresentar os planos de aula elaborados e os relatos das atividades conduzidas em cada encontro.

As atividades do Promat, no contexto deste relatório, tiveram como foco o ensino e a revisão de conteúdos de matemática do ensino fundamental, com o intuito de fortalecer a base de conhecimentos dos alunos do ensino médio e egressos da rede pública. As aulas ocorreram aos sábados, das 8h às 11h40, sob a responsabilidade dos acadêmicos do terceiro ano do curso: Bianca Primaz, Juliano Ribeiro Padilha, Keven Dowglas Rodrigues da Costa Paixão, que tiveram a oportunidade de aplicar estratégias de ensino aprendidas na universidade.

O Promat teve 10 encontros com os seguintes temas abordados no ensino fundamental, conforme o seguinte cronograma:

Quadro 1- Cronograma geral do Promat

Encontro	Data	Conteúdos
1	10/05/2025	Números (conjuntos e operações)
2	17/05/2025	Frações, números decimais e porcentagem
3	24/05/2025	Proporcionalidade, razão e igualdade
4	31/05/2025	Polígonos
5	07/06/2025	Triângulos

6	14/06/2025	Geometria espacial
7	21/06/2025	Expressões algébricas
8	28/06/2025	Equações do 1º grau
9	05/07/2025	Função do primeiro grau
10	12/07/2025	Gincana final

Fonte: Os autores (2025)

PROMAT

O Promat é um projeto educacional voltado para apoiar e incentivar estudantes do ensino médio e egressos da rede pública que desejam ampliar seus conhecimentos e se preparar melhor para o ingresso e permanência no ensino superior.

Na Universidade Estadual do Oeste do Paraná Campus de Cascavel, o Promat é oferecido como um curso de matemática especialmente pensado para revisar e reforçar conteúdos vistos nas escolas. O público-alvo do programa são estudantes do ensino médio e egressos dessa etapa escolar, que desejam revisar ou consolidar conceitos matemáticos essenciais para seu desenvolvimento acadêmico.

A realização das aulas é responsabilidade dos acadêmicos do terceiro ano do curso de Licenciatura em Matemática da Unioeste, no contexto da disciplina Metodologia e Prática de Ensino da Matemática Estágio Supervisionado I. Isso possibilita uma troca de experiências: os licenciandos aplicam na prática os conhecimentos adquiridos na universidade, enquanto os participantes recebem um ensino de qualidade, orientado por futuros professores.

O conteúdo abordado no curso compreende temas do ensino fundamental, trabalhados de forma revisada e aprofundada, visando garantir uma base sólida para que os estudantes possam compreender e assimilar conteúdos mais complexos no futuro, seja no ensino médio, seja em vestibulares e processos seletivos.

ARTIGO

A Dinâmica da Participação: Os Efeitos das Aulas Expositivas e Ativas no Engajamento dos Alunos

Introdução

A escolarização tem como objetivo ensino-aprendizado para com os alunos, assim como na educação infantil até o ensino médio é necessário metodologias e a utilização dos recursos didáticos.

Seja qual for a idade dos alunos, eles têm uma objeção a diversas disciplinas, sendo uma delas a matemática. Em vista desse fato os professores têm como um dos objetivos, procurar envolver esses alunos em sua disciplina.

A preocupação dos professores é procurar metodologias dos quais os alunos se envolvam e vejam a matemática de uma maneira diferente, seja ela divertida ou envolvente, e reorganizar a função do professor. Segundo Ribeiro (2002) é fundamental que o professor, assim como toda a escola, utilize recursos didáticos capazes de tornar o estudante protagonista de sua própria aprendizagem, ele representa o aluno sendo o autor principal da aprendizagem, arrebatando o sujeito “passivo”, do qual o professor é o mediador do conhecimento e não se torna apenas o transmissor de informação.

Desenvolvimento

Uma das dificuldades encontradas é trazer a matemática para a realidade do estudante, Ribeiro (2002) cita que a matemática no Brasil foi construída por algumas necessidades do país, mas não entra em detalhes, e ainda diz que, no Brasil, o ensino de matemática está focado principalmente na transmissão de conceitos, regras e cálculos que os alunos são obrigados a decorar, além de ser desconectado do contexto e da realidade dos estudantes. Ele se sobressai em dizer que a matemática é apenas conceitos, regras e cálculos dos quais deveriam ser memorizados, podemos entender que essa é uma prática aplicada por décadas, apenas dando "valor" a teoria, o relato abaixo fazem referência à análise do livro dos autores Galante e Santos, intitulado "Matemática", do ano de 1955.

No livro não aparecem ilustrações e os métodos usados para expor os conteúdos eram assim: primeiro o título do conteúdo a ser estudado, em seguida as definições do que era, alguns exemplos e, bem no final, os exercícios com as respostas para, então, resolver e depois conferir se acertou [tendo como finalidade] a fixação de conceito e princípios (Aluno N –ALD, 2012, apud FUCHS, NEHRING, POZZOBON, 2014, p.49)

A memorização e a matemática bancária, ainda estão enraizadas nos docentes que a ensina, pois persistem nesta abordagem de ensino, e se analisarmos as metodologias ativas ela tem pouco tempo de estudo e aplicação, logo esta foi criada na década de 80, por Paulo Freire. Ele via o aluno como um sujeito ativo na construção do seu conhecimento.

Então como poderia tornar o aluno ativo, de modo que os professores não têm condições (tempo) ou não estão/são preparados para lidar com essas metodologias, pois as atividades precisam ser significativas para os estudantes, não basta preparar uma situação-problema e não estar contido no dia a dia do aluno, e podemos ver por outro lado, não precisa de muito para aplicar algo novo, algumas atividades aplicadas é a atividades em grupo.

Ribeiro (2002) ressalta "Tornar o estudante um sujeito ativo da sua aprendizagem exige que este esteja envolvido em diversas atividades-produções individuais e coletivas, participação em grupos, realização de seminários, resolução de situações-problema, análise do contexto social e de situações reais."

A participação dos alunos nas aulas de matemática

No contexto do ensino tradicional de matemática, a participação dos alunos se manifesta de forma significativamente limitada e passiva, uma dinâmica que é intrínseca à própria metodologia. Conforme detalhado por Sampaio (2012) em sua análise sobre "abordagens metodológicas no ensino de matemática", a aula expositiva, onde o professor atua como o único detentor do conhecimento, é a norma. Nesse cenário, o processo de ensino-aprendizagem se resume a uma comunicação unidirecional: o professor compila e apresenta conceitos na lousa, e o aluno, por sua vez, tem a tarefa de copiar e memorizar. O autor enfatiza que essa abordagem, ao se concentrar na "mecanização de algoritmos" e na resolução de exercícios de forma repetitiva, não explora o raciocínio nem o pensamento crítico. Como resultado, a participação do aluno é reduzida a uma reprodução mecânica do que foi ensinado, sem espaço para o questionamento, a colaboração ou a construção de um entendimento mais profundo e pessoal. Essa falta de estímulo impede o desenvolvimento da curiosidade e da autonomia, fazendo com que a matemática seja percebida não como uma ferramenta útil e fascinante, mas como uma disciplina difícil, distante e desinteressante.

Segundo Barbosa *apud* Wenger (1998, p.4), a participação dos alunos ultrapassa o simples ato de se envolver em uma atividade, pois está relacionada não apenas à presença ou execução de tarefas, mas também ao estabelecimento de relações marcadas pelo reconhecimento mútuo, ou, ao menos, pela possibilidade real de que esse reconhecimento se concretize, fortalecendo vínculos e promovendo interações significativas.

Com a adoção de metodologias ativas, a participação dos alunos em matemática se transforma. Diferente da passividade observada nos modelos tradicionais, a participação se torna um elemento central do processo de aprendizagem. Silva, Sousa e Medeiros (2020) analisam o modelo de ensino tradicional e a crítica de que ele se baseia em um "excesso de exposição oral dos conteúdos". A partir dessa análise, percebe-se que as novas abordagens superam essa limitação, incentivando que os alunos se envolvam em debates, na resolução de problemas em grupo e na construção do conhecimento de forma colaborativa.

Nesse contexto, a participação não se resume a responder perguntas. As metodologias ativas, ao promoverem a interação e a autonomia, estimulam os alunos a pensar criticamente, a argumentar e a serem os principais agentes de sua própria aprendizagem. A abordagem discutida por Silva, Sousa e Medeiros

(2023) sugere que, ao afastar-se da mera repetição e memorização, a matemática se torna um campo de investigação onde a curiosidade e o engajamento dos alunos são despertados de forma genuína.

Aprendizagem por jogos

De acordo com Malagueta et al. (2023), é uma abordagem pedagógica inovadora que integra elementos de jogos em ambientes educacionais, com o objetivo de estimular o engajamento, a motivação e a participação ativa dos alunos. Especificamente no ensino da matemática, ela surge como uma estratégia eficaz para tornar o aprendizado mais envolvente, superando a falta de motivação e o desinteresse por essa disciplina.

Os jogos em sala de aula contribuem para o ensino ao criar um ambiente mais estimulante e interativo, que vai além dos métodos tradicionais de instrução unidirecional. A abordagem desenvolve a autonomia e a autossuficiência dos alunos, incentivando-os a investigar, experimentar e refletir sobre os conceitos, o que promove uma aprendizagem mais contextualizada. Além de melhorar a assimilação de conceitos, a resolução de problemas e o raciocínio lógico, a metodologia também ajuda a desenvolver habilidades socioemocionais fundamentais, como trabalho em equipe e comunicação, pois os alunos interagem, ajudam uns aos outros e enfrentam desafios dentro de um ambiente com jogos.

A participação e interação dos alunos são impulsionadas por mecânicas de jogo como desafios, recompensas, pontuações, níveis e classificações. Essa abordagem promove uma competição saudável e um processo de engajamento voluntário e colaborativo, estimulando a autoconfiança e o autoaperfeiçoamento. Ao introduzir esses elementos lúdicos, o aprendizado por jogos torna o ambiente mais dinâmico, incentivando os alunos a se tornarem ativos de seu próprio processo educacional.

Resolução de problemas

A Resolução de problemas, assim como a modelagem e a investigação matemática, são considerados objetos e estratégias de aprendizado, podendo ser combinadas, e não sendo apenas as únicas metodologias.

Quando estamos falando de um problema podemos entender como sendo um exercício no qual o professor pede para resolver o problema apresentado no quadro depois de ser apresentado a resolução de outros "problemas", mas vejamos que a resolução de problemas não significa resolver este problema. Segundo Onuchic (2014, p. 39), a resolução de problemas deve ser a base das atividades matemáticas em sala de aula, alinhando-se com os princípios essenciais do ensino da Matemática por meio dessa abordagem. Então não parte apenas do problema em si, mas sim a partir de como resolver ele, construindo métodos e técnicas para resolvê-lo.

No livro resolução de problemas Teoria e prática cita sobre 10 etapas para aplicar essa metodologia, elas são: preparação do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução de problemas; observação e incentivar; registro das resoluções na lousa; plenário; busca do consenso; formalização do conteúdo; e, proposição e resolução de novos conteúdos. Apesar das autoras proporem algumas etapas a serem seguidas, não existe uma fórmula para se seguir, pois o método avaliativo será de acordo com as técnicas utilizadas para a resolução, mas se for bem aplicado as etapas o terá êxito.

Pode ser que o aluno pergunte ao professor qual será a resposta correta, mas não existe uma resolução correta e sim a criação e a construção da resolução do qual esses alunos conseguiram criar através de conhecimentos prévios, ou seja caminhos criados para chegar um determinado lugar, seja a resolução, pois o professor neste caso seria o "mediador" para criar as perguntas direcionando esses alunos para chegar na resolução. Portanto podemos afirmar que a resolução de problemas é criação da resolução, propiciação e incentivando a autonomia deste aluno.

Possamai (2021, p. 13) destaca que problemas bem estruturados ajudam a desenvolver as competências almejadas pelo educador, como capacidade de investigação, argumentação, análise de diferentes perspectivas, tomada de decisões e aprendizagem por descoberta.

Ele mostra também a resolução uma via de mão dupla, Possamai (2021, p. 15) enfatiza que a implementação da Resolução de Problemas como método de ensino ativo requer uma relação de cooperação entre docente e discentes, marcada pelo diálogo e pela inovação, cabendo ao professor o papel de facilitador nesse processo cujo êxito se mede pela crescente independência dos aprendizes. Se o estudante não tiver conhecimentos prévios, compreensão, e autonomia, não fazendo as argumentações e justificativas significativas não terão êxito nessa atividade, e os resultados não serão os esperados.

Considerações finais

A implementação de metodologias ativas no ensino mostra-se imprescindível, especialmente quando se observa as limitações do modelo tradicional de educação. Conforme evidenciado pelos dados do Inaf (2024), o Brasil mantém cerca de 29% de sua população entre 15 e 64 anos em situação de analfabetismo funcional - percentual idêntico ao registrado em 2018, demonstrando a estagnação no combate a este problema educacional.

Diante deste cenário, questiona-se como desenvolver práticas pedagógicas mais eficazes que promovam o engajamento dos estudantes e uma aprendizagem significativa. Identificam-se diversos obstáculos estruturais: a formação insuficiente dos docentes, a carência de tempo para planejamento adequado das aulas e a falta de recursos materiais adequados. Esses desafios são frequentemente agravados por demandas desconexas de gestores que não possuem experiência prática em sala de aula.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

MALAGUETA, A. de S. et al. A influência da gamificação no ensino da matemática nas séries iniciais do ensino fundamental. Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação - REASE, [S.l.], [s.d.].

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; JUSTULIN, Andresa Maria. Resolução de Problemas: Teoria e Prática. 2. ed. São Paulo: Paco e Littera, 2021.

POSSAMAI, Janaína Poffo; MÜLLER, Jonathan Gil; STEIN, Suelen Sasse; POFFO, Cíntia; BERTOTTI JUNIOR, Vilmar Ibanor. Resolução de Problemas em matemática: evidências para caracterização como uma metodologia ativa. Revista KIRE KERÊ, v. 1, n. 11, p. 1-20, 2021.

SAMPAIO, Ricardo. Abordagens metodológicas no ensino de matemática. 2012. 12 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto, 2012.

SILVA, A. G. S.; SOUSA, F. J. F.; MEDEIROS, J. L. O ensino da matemática: aspectos históricos. Research, Society and Development, [S.l.], 2020.

VILAS BOAS, Jamile; BARBOSA, Jonei Cerqueira. O uso de manipuláveis na participação dos alunos em uma aula de matemática. EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, Recife, v. 4, n. 3, 2013.

3 A CADA 10 brasileiros são analfabetos funcionais, indica pesquisa. G1, 5 maio 2025. Disponível em: https://g1.globo.com/educacao/noticia/2025/05/05/3-a-cada-10-brasileiros-sao-analfabetos-funcionais-indica-pesquisa.ghtml. Acesso em: 5 ago. 2025.

ENCONTROS

1 Encontro 1 – 10/05/2025

1.1 Plano de Aula

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio e ingressantes do ensino superior.
Conteúdos: Expressões e conjuntos numéricos.
Objetivo geral: Compreender os conjuntos numéricos, suas operações e expressões numéricas, relacionando-as a situações do cotidiano e à resolução de problemas matemáticos.
Objetivos específicos:

- Desenvolver a compreensão dos diferentes tipos de números e suas propriedades;
- Resolver problemas que envolvam operações e propriedades dos conjuntos;
- Relacionar a matemática com situações do cotidiano;
- Incentivar a socialização entre os alunos;

Recursos didáticos: Notebook, lâminas, projetor, quadro, giz, atividades impressas, mangueira para o círculo.
Tempo de execução: Encontro de quatro aulas. Intervalo 9h40 às 10h.

Encaminhamento metodológico:

Parte 1 - Apresentação do curso Promat e dos estagiários (10 minutos)

Iniciaremos a aula recepcionando os alunos e nos apresentaremos, explicaremos que o Promat é um Projeto de Ensino Institucional do Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática que procura atender alunos da rede pública de ensino, posteriormente faremos uma dinâmica envolvendo a teoria dos conjuntos.

Parte 2 - Dinâmica de apresentação dos alunos (40 minutos)

Realizaremos a dinâmica da seguinte maneira, entregaremos cinco cartões diferentes para cada aluno, e os cartões contém (atributo/ particularidades).

Sendo elas:

A. Nasci em maio;
B. Tenho mais de 70 anos;
C. Uso óculos;
D. Tenho mais de um *pet*;
E. Bebo água.

Após a entrega e a análise dos estudantes passaremos recolhendo os cartões que eles não se identificam. Explicaremos que os cartões são os conjuntos e que eles (os estudantes) são os elementos, e perguntaremos o que eles entendem por conjuntos e elementos. Para começar a dinâmica escolheremos um cartão e solicitaremos quem ficou com determinado cartão, assim começaremos a apresentação dos estudantes perguntando nome, idade, qual curso pretende cursar e onde mora.

No centro da sala posicionaremos dois círculos preparados por os estagiários. Em seguida selecionaremos dois conjuntos e solicitaremos que os estudantes (elementos) se posicionem dentro do círculo que corresponde ao conjunto selecionado. Com apenas esses dois círculos conseguiremos apresentar alguns conceitos básicos de conjuntos sendo eles: união, intersecção e conjunto vazio.

Parte 3 - Apresentação dos conceitos de conjuntos e exemplos (50 minutos)

Utilizando as lâminas daremos início na aula falando sobre conjuntos. Abordaremos as relações com conjuntos, sendo elas:

- Pertence: a relação de pertinência, expressa pelo símbolo "∈", indica se um elemento pertence ou não a um conjunto
- União: é o conjunto que contém todos os elementos que pertencem a pelo menos um dos conjuntos originais
- Intersecção: é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem a todos os conjuntos considerados
- Diferença: refere-se ao resultado da subtração de um número de outro
- Contido e Contém: um conjunto A está contido em um conjunto B (representado por $A \subset B$) se todos os elementos de A também pertencem a B.

Passaremos as definições dessas relações e citaremos alguns exemplos, utilizando a dinâmica anterior.

A atividade a seguir explica sobre o princípio da inclusão-exclusão, do qual é usado para calcular o número de elementos na união de conjuntos. Veja o exemplo a seguir.

Exemplo 1: Alunos e Revistas: Quantos alunos leem pelo menos uma revista?

Sendo que:

- 40 alunos leem a revista A;
- 30 alunos leem a revista B;
- 10 alunos leem A e B.

Resolução: *Utilizando o princípio da inclusão temos:*

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| =$$
$$40 + 30 - 10 =$$
$$60$$

Ainda utilizando as lâminas, citaremos os números através de situações do cotidiano. Entregaremos um jornal da cidade, conforme a figura a 1:

Figura 1: Jornal da Cidade

Issue No. 25 | Website Exclusive | 10 de maio, 2025

JORNAL DA CIDADE

CESTA BÁSICA

Em Cascavel, o custo da cesta basica de alimentos aumentou 3,44% em fevereiro de 2025, de acordo com uma pesquisa da Unioeste. Este aumento reflete a alta de preços de diversos produtos basicos, como tomate, cafe, arroz e acucar.

TEMPO

Em 2024, a menor temperatura registrada em Cascavel foi de 0,5°C, ocorrida em 26 de agosto, segundo o Simepar.

SAÚDE

Em nosso municipio 1/2 das criancas foram vacinadas na ultima campanha de vacinacao

MÚSICA

Cerca de 6.000 pessoas compareceram ao Beatz festival no ultimo fim de semana

Fonte: Os autores (2025)

Teremos uma breve discussão sobre as formas de utilizar os diferentes tipos de números, e então introduziremos os números naturais e inteiros com definição e a reta numérica, incluindo algumas características e exemplos, e assim será também para os números racionais, irracionais e reais. Entregaremos o material de apoio a seguir:

Parte 4 - Apresentação dos conceitos de expressões e exemplos (50 minutos)

Para explicar sobre expressões numéricas, usaremos as lâminas, passaremos algumas técnicas para resolver alguns exemplos. Como: Qual expressão é a certa?

1° $5 + 3 . 6 - 4 : 2 =$

$$5 + 18 - 2 = 21$$

2° $5 + 3 . 6 - 4 : 2 =$

$$8 . 2 : 2 = 8$$

Parte 6 - Jogo do Bingo (50 minutos)

Para a aplicação do bingo das expressões, foram elaboradas 50 cartelas, considerando a estimativa de alunos, no formato 5.5, contendo resultados variados entre -30 e 30. Também foram desenvolvidas 60 expressões numéricas correspondentes aos resultados presentes nas cartelas, que serão sorteadas em sala.

A dinâmica funcionará com o sorteio das expressões por meio de um aplicativo. Para marcar um número na cartela, o aluno deverá resolver a expressão correspondente. Vence o aluno que completar uma linha na vertical, horizontal ou diagonal. Quem preencher toda a cartela será premiado com um bombom.

Exercícios para casa:

1. (OBMEP 2005) Maria comprou uma blusa de $R\$ \ 17{,}00$ ao pagar, se enganou e deu uma nota de $R\$ \ 10{,}00$ e outra nota de $R\$ \ 50{,}00$, o vendedor se enganou e deu o troco como se ela tivesse entregado duas notas de $R\$ \ 10{,}00$. Qual foi o prejuízo de maria?

Possível solução: *O custo da blusa é de* $R\$ \ 17{,}00$ *e ela deu* $R\$ \ 60{,}00$ *para pagar, o troco seria de* $R\$ \ 43{,}00$*. Veja que esse valor seria o troco correto, mas não é o prejuízo.*

Como o vendedor também errou no troco pois ele pensou que ela havia dado R\$ 20,00 e ele devolveu o troco de apenas $R\$ \ 3{,}00$.

Agora podemos fazer a diferença entre o $R\$43{,}00$ *e* $R\$ \ 3{,}00$. *O prejuízo dela foi de* $R\$40{,}00$.

$$R\$ \ 60{,}00 - R\$ \ 17{,}00 = R\$ \ 43{,}00$$
$$R\$20{,}00 - R\$ \ 17{,}00 = R\$ \ 3{,}00$$
$$R\$ \ 3{,}00 - R\$ \ 43{,}00 = -R\$ \ 40{,}00$$

2. (UFMG) Em uma pesquisa de opinião, foram obtidos estes dados:

40% dos entrevistados leem o jornal A.

55% dos entrevistados leem o jornal B.

35% dos entrevistados leem o jornal C.

12% dos entrevistados leem os jornais A e B.

15% dos entrevistados leem os jornais A e C.

19% dos entrevistados leem os jornais B e C.

7% dos entrevistados leem os três jornais.

135 pessoas entrevistadas não leem nenhum dos três jornais

Considerando-se esses dados, é correto afirmar que o número total de entrevistados foi:

a) 1.200

b) 1.500

c) 1.250

d) 1.350

Possível solução: *Primeiro precisamos saber quantos porcentos lê os jornais A, B e C.*

Mas precisamos saber a união intersecção desses elementos veja:

A = 40% (leem o jornal A)

B = 55% (leem o jornal B)

C = 35% (leem o jornal C)

A∩B = 12% (leem A e B)

A∩C = 15% (leem A e C)

B∩C = 19% (leem B e C)

A∩B∩C = 7% (leem A, B e C)

Agora devemos utilizar a fórmula da inclusão-exclusão:

A fórmula do princípio de inclusão-exclusão é usada para calcular o número de elementos na união de conjuntos. Para dois conjuntos A e B, a fórmula é $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$.

Temos:

$$|A \cup B \cup C = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap C|$$

$$|A \cup B \cup C| = 40 + 55 + 35 - 12 - 15 - 19 + 7 = 91\%$$

Então 91% *leem o jornal e* 9% *não.*

Sabemos que 135 *pessoas não lê o jornal então seria os 9%*

Agora o número total de entrevistados. Temos:

$$9\% . x = 135$$

$$0{,}09 . x = 135$$

$$x = \frac{135}{0{,}09} = 1500$$

O número de entrevistados é de 1500 alternativa b.

3. (UFSE) Os senhores A, B e C concorriam à liderança de certo partido político. Para escolher o líder, cada eleitor votou apenas em dois candidatos de sua preferência. Houve 100 votos para A e B,

80 votos para B e C e 20 votos para A e C. Em consequência:

a) venceu A, com 120 votos

b) venceu A, com 140 votos

c) A e B empataram em primeiro lugar

d) venceu B, com 140 votos

e) venceu B, com 180 votos

Possível solução: *Dados do problema temos:*

Votos em A e B = 100 votos

Votos em B e C = 80 votos

Votos em A e C = 20 votos

Cada eleitor votou em dois candidatos, estes são contabilizados para ambos.

Total de votos para A:

Votos em A e B: 100

Votos em A e C: 20

Total para A: 100 + 20 = 120 votos

Total de votos para B:

Votos em A e B: 100

Votos em B e C: 80

Total para B: 100 + 80 = 180 votos

Total de votos para C:

Votos em B e C: 80

Votos em A e C: 20

Total para C: 80 + 20 = 100 votos

A resposta correta é a alternativa e pois o candidato B teve 180 votos.

4. (UERJ) Em uma escola circulam dois jornais: Correio do Grêmio e O Estudante. Em relação à leitura desses jornais, por parte dos 840 alunos da escola, sabe-se que: - 10% não leem esses jornais; - 520 leem o jornal O Estudante; - 440 leem o jornal Correio do Grêmio. Calcule o número total de alunos do colégio que leem os dois jornais.

a) 201

b) 202

c) 203

d) 204

e) 205

Possível solução**:** *Total de alunos: 840*

10% *não leem os jornais:* $0{,}10 \times 840 = 84$ *alunos*

Alunos que leem pelo menos um jornal: $840 - 84 = 756$

Leem "O Estudante" (E): 520

Leem "Correio do Grêmio" (G): 440

Queremos encontrar o número de alunos que leem ambos os jornais

$$(E \cap GE \cap G).$$

Passo 1: Aplicar o Princípio da Inclusão-Exclusão

O número de alunos que leem pelo menos um jornal é dado por:

$$|\ E \cup G\ | = |\ E\ | + |\ G\ | \ - |\ E \cap G\ |$$

Sabemos que $|\ E \cup G\ | = 756,\ \ |\ E\ | = 520$ *e* $|\ G\ | = 440$. *Substituindo:*

$$756\ =\ 520 + 440 - |\ E \cap G\ |$$

$$756 = 960 - |\ E \cap G\ |$$

Agora Isolar $|\ E \cap G\ |$

$$|\ E \cap G\ | = 960 - 756$$

$$|\ E \cap G\ | =\ 204$$

5. (PUC) Se x e y são números reais tais que $x\ =\ (0{,}25)$ e $y\ =\ 16^{-0{,}125}$, é verdade que:

a) $x\ =\ y$

b) $x\ >\ y$

c) $x\ \times\ y\ =\ 2\sqrt{2}$

d) $x\ -\ y$ *é um número irracional*

e) $x\ +\ y$ *é um número racional não inteiro*

Solução:

a) $x\ =\ y$ *→ Verdadeira*

b) $x\ >\ y$ *→ Falsa*

c) $x\ \times\ y = 2\sqrt{2}$ *→ Falsa (o produto é* $1/2$*)*

d) $x\ -\ y$ *é irracional → Falsa (*$x - y\ =\ 0$*, que é racional)*

e) $x\ +\ y$ *é racional não inteiro → Falsa (*$x\ +\ y\ =\ \sqrt{2}$*, que é irracional)*

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHAVANTE, *Eduardo Rodrigues. Convergências: matemática, 8º ano: anos finais: ensino fundamental. 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2015.*

IEZZI, *Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. Matemática e realidade: 9º ano. 10. ed. São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022.*

LONGEN, *Adilson. Apoema: matemática 8. 1. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2018. (Coleção Apoema).*

OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Portal da OBMEP. Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA). Disponível em: *https://portaldaobmep.impa.br/*. Acesso em: 03/05/2025.

1.2 Relatório

A aula ministrada no dia 10 de maio de 2025, das 8h às 11h40, teve como objetivo principal ensinar os conteúdos de expressões, e conjuntos numéricos. e contou com a presença de 38 alunos.

Iniciamos a aula às 8h10, a fim de esperar todos os alunos chegarem. A sala de aula arrumamos em formato de meia lua para realizar uma atividade de início.

Começamos se apresentando, e demos as boas-vindas, logo a apresentação dos estagiários, começamos entregando cinco cartões para cada, logo pedimos para se identificarem com alguns dos cartões. Alguns se identificaram com um e outros com mais de um, depois pedimos para que cada um se apresentar falando nome, se era da cidade e se gostaria de cursar faculdade, se sim qual faculdade.

Depois das apresentações recolhemos os cartões dos alunos dos quais não se identificam, e sem dizer qual era o intuito da aula chamamos os alunos que se identificaram com o primeiro cartão. Esses, do primeiro cartão ficaram em um círculo que foi preparado no meio da sala de aula, e assim chamamos os estudantes que se identificam com o segundo cartão. Pedimos para ficar no segundo círculo do meio da sala. Assim, os estagiários explicaram para todos os estudantes que cada círculo representava um conjunto e os cartões representava os elementos.

Para explorar mais o conteúdo, solicitamos que os alunos dos dois círculos se sentarem e chamamos os alunos que se identificam com o terceiro cartão e os alunos que se identificaram com o quarto, quando os estudantes foram nos círculos, um estudante perguntou: e quem está com os dois cartões, nesse caso juntamos os círculos no qual formasse uma intersecção entre os dois.

Pedimos para os estudantes do qual se identificam com os dois ficarem no meio, quando eles se organizaram, os estagiários explicaram, a interseção, ou seja, os alunos que estavam no meio dos dois círculos eles estão nos dois conjuntos. Assim, os estudantes que tinha dúvidas compreendeu a interseção, com isso pedimos para os estudantes saírem dos círculos e juntamos os dois círculos um em cima do outro. Pedimos para todos entrarem nos círculos, os estagiários explicaram a representação da união do terceiro conjunto com o quarto conjunto.

Pedimos para os estudantes se eles tiveram alguma dúvida, mas nenhum estudante perguntou, quando finalizamos essa dinâmica, foi perguntado se algum estudante se identificou com o quinto cartão e nenhum estudante se pronunciou. O último cartão era quem tinha mais de 70 anos, e nesse caso representamos como sendo um conjunto vazio porque não teria nenhum elemento.

Após a dinâmica, e com a ajuda das lâminas, os estagiários explicaram que a aula seria referente aos conjuntos numéricos e expressões numéricas.
Com a ajuda das lâminas explicamos todos os conjuntos, sendo os Naturais, Inteiros, Racionais... E explicamos novamente o que seria um conjunto, seus

elementos, interseção, contido, contém e fomos dando alguns exemplos e entregamos uma folha com alguns exercícios e pedimos para eles irem fazendo junto com a explicação, sempre que era proposto um exercício os estagiários passavam nas carteiras tirando algumas dúvidas e outras vezes os alunos nos chamava.

Para a introdução de expressão numérica entregamos um panfleto chamado: jornal da cidade, nele continha algumas informações e pedimos para os estudantes lerem. Depois de um tempo pedimos para eles falarem oque identificaram no jornal. Alguns alunos falaram que era o jornal da cidade outros citou que era o acontecimento do final de semana passada. Os estagiários perguntaram em relação aos números, e eles falaram que tinha vários números, então foi explicado que os números poderiam ser representados de várias formas. Como já era quase 9h40, falamos que eles teriam 20 minutos para lanchar e que os estagiários tinham preparado um lanche para eles no corredor.

Com o retorno dos estudantes as 10h, iniciamos explicando as operações com a ajuda das lâminas e logo realizamos alguns exercícios e pedimos para os alunos irem até o quadro resolver, quando um estudante fosse até o quadro ele ganhava um bombom dos estagiários.

Depois de finalizar a explicação e os exercícios, no final da aula iniciamos um bingo com expressões numéricas, distribuímos as cartelas com os números e alguns feijões, mas para cada número tinha uma expressão e os estudantes precisava resolver a expressão para marcar o número, e o aluno que finalizava a cartela iria ganhar um bombom.

A aula foi produtiva e envolvente, com boa participação dos alunos nas dinâmicas, resolução de exercícios e atividades em grupo. Apesar de algumas da timidez do início do curso.

2 Encontro 2 – 17/05/2025

2.1 Plano de Aula

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio e ingressantes do ensino superior.
Conteúdos: Frações, números decimais e porcentagem.
Objetivo geral: Compreender a relação entre frações, números decimais e porcentagens, reconhecendo suas equivalências e aplicabilidades em diferentes contextos.
Objetivos específicos:

- Interpretar situações-problema que envolvam frações, números decimais e porcentagens em contextos diversos.
- Identificar as equivalências entre frações, decimais e porcentagens em representações numéricas e gráficas.
- Desenvolver estratégias para conversão entre essas três formas numéricas.
- Interpretar gráficos e tabelas que utilizem porcentagens e números decimais como forma de comparação de dados.
- Desenvolver a capacidade de resolver problemas utilizando operações com frações, números decimais e porcentagens de forma contextualizada.

Recursos didáticos: Notebook, lâminas, projetor, quadro, giz, atividades impressas.
Tempo de execução: Encontro de quatro aulas. Intervalo 9h40 às 10h

Encaminhamento metodológico:

Parte 1 (25 minutos) - Dinâmica de introdução ao conteúdo

Iniciaremos a aula pedindo para que os alunos se sentem em grupos de até quatro pessoas. Distribuiremos para eles papeis em que um lado frações, porcentagens ou decimais do outro tendo vários números misto. E o objetivo do jogo é jogar como dominó.

Parte 2 (50 minutos) - Situação problema e definições

Ainda nos grupos, entregaremos um exercício envolvendo frações, dessa maneira será possível avaliar os conhecimentos prévios dos alunos. Posteriormente faremos uma definição do que é fração.

1. Questão

(VUNESP 2011- adaptada) um antigo problema hindu afirma: "De uma quantidade de puras flores de lótus, uma terça parte, um quinto e um sexto foram oferecidas aos deuses Shiva, Vishnu e Sol. Um quarto da quantidade original foi ofertada a Bhavani. Os seis lótus restantes foram dados ao venerável Preceptor". Qual a quantidade total de flores.

Possível solução:

$$Total\ de\ flores: x$$

$$Deus\ Shiva: \frac{1}{3}x$$

$$Deus\ Vishnu: \frac{1}{5}x$$

$$Deus\ Sol: \frac{1}{6}x$$

$$Deus\ Bhavani: \frac{1}{4}x$$

$$Deus\ Preceptor: 6$$

$$Dessa\ forma\ temos:$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{4}x + 6 = x$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{4}x - x = -6$$

$$Logo\ temos:$$

$$\frac{20x + 12x + 10x + 15x - 60x}{60} = -6$$

$$\frac{-3x}{60} = -6$$

$$\frac{60 \times -3x}{60} = -6 \times 60$$

$$-3x = -360$$

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{-360}{-3}$$

$$x = 120$$

Após a resolução, solicitaremos que os alunos voltem aos seus lugares e com o auxílio das lâminas mostraremos a definição de fração e exemplos de frações próprias, impróprias, mista e aparente, usando sempre a representação gráfica para melhor entendimento.

Definição: É uma forma matemática das partes de determinar quantidade que foi dividida em pedaços ou fragmentos iguais. As Frações são úteis em várias situações, principalmente para representar algo que não conseguimos apresentar através de números naturais.

Definição: Uma fração própria é aquela em que o numerador é menor do que o denominador, representando uma parte de um inteiro. Uma fração imprópria, por outro lado, é aquela em que o numerador é maior ou igual ao denominador, indicando um valor maior ou igual a um inteiro.

Em seguida, das breves definições mostraremos na lâmina um exercício para enumerar as frações, que pode ser feita e corrigida oralmente.

2. Questão

Enumere (1) para fração própria, (2) para fração imprópria, (3) para fração mista e (4) para fração aparente.

	$\frac{9}{5}$
	$\frac{12}{12}$

	$\frac{3}{11}$
	$\frac{19}{5}$
	$3\frac{1}{4}$
	$\frac{9}{1}$
	$\frac{8}{24}$
	$5\frac{2}{9}$
	$1\frac{12}{6}$
	$\frac{17}{2}$

Solução: (2), (4), (1), (2), (3), (4), (1), (3), (4), (2).

Em seguida com o auxílio das lâminas passaremos a definição e um exemplo de frações equivalentes e uma questão para ser resolvida no caderno e corrigida no quadro.

Definição: As frações equivalentes são aquelas escritas de maneiras diferentes, mas que expressam o mesmo valor matemático. Elas representam a mesma parte de um todo e para determiná-las é necessário multiplicar tanto o numerador quanto o denominador pelo mesmo número natural, diferente de zero.

3. Questão

Simplifique as frações abaixo:

$$\frac{36}{48}, \frac{50}{40}, \frac{123}{27}, \frac{125}{625}$$

Possível solução:

$$\frac{36}{48} = \frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{50}{40} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{123}{27} = \frac{41}{9}$$

$$\frac{125}{625} = \frac{25}{125} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

Dando sequência à aula, abordaremos agora como simplificar frações e realizar as quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão), utilizando o conceito de frações equivalentes. Aqui colocaremos o conceito de frações redutíveis e irredutíveis.

Definição: Fração redutível são frações onde conseguimos dividir o numerador e o denominador por um mesmo número natural e fração irredutível já não é possível dividir por um mesmo número o numerador e o denominador o tornando irredutível.

Agora vamos ensinar a identificar frações equivalentes e aplicar esse conhecimento para facilitar os cálculos e resolver problemas com mais eficiência. Em seguida passaremos uma situação problema. (30 minutos)

4. Questão:

Célia leu 128 páginas de um livro, o que corresponde a 4/7 do total de páginas. Quantas páginas tem esse livro?

Possível solução:

$$128 \div \frac{4}{7} =$$

$$128 \times \frac{7}{4} =$$

$$\frac{128}{1} \times \frac{7}{4} =$$

$$\frac{896}{4} =$$
$$224\ páginas$$

Após as resoluções explicaremos com o auxílio das lâminas os conceitos de unidade, dezena, centena, decimo, centésimo e milésimo e algumas aplicações com exercícios. (30 minutos)

5. Questão

Mariana foi até a padaria e comprou um pedaço de torta de frango por R$ 6,50, um copo de suco por R$ 5,25 e, de sobremesa, dois brigadeiros por R$ 0,75 cada. O valor total pago por ela foi de?

Possível solução:

$$R\$6{,}50 + R\$5{,}25 + (2 \times R\$0{,}75)$$
$$R\$6{,}50 + R\$5{,}25 + R\$1{,}50 =$$
$$R\$13{,}25$$

Em seguida ensinar como é feita as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) com os números decimais.

Continuaremos a aula mostrando as equivalências de frações, números decimais e agora com porcentagem demonstraremos com as lâminas a definição de porcentagem

E realizaremos alguns exemplos, onde $\frac{1}{4} = 0{,}25$ e neste caso sabemos que este número equivale a 25% de um todo. Após isso vamos propor um exercício onde o objetivo é converter frações em decimais e em porcentagem.

Após a resolução, apresentaremos com o auxílio das lâminas as definições de porcentagem e daremos alguns exemplos.

Definição porcentagem: É representada pelo símbolo "%", é a razão entre um número qualquer e 100. A porcentagem pode ser representada por fração de denominador 100 e conhecida como taxa percentual para o cálculo de juros.

Exemplo: 35% = 35/100 = 0,35

Com isso aplicaremos algumas atividades sobre transformação de porcentagem (40 minutos).

6. Questão

Um tênis que custa $400,00 está sendo vendido com um desconto de 12%. Qual o valor do tênis com desconto?

Possível resolução:

$$R\$400{,}00\ corresponde\ 100\%$$

$$x\ corresponde\ 12\%$$

$$R\$4.800{,}00\ =\ 100x$$

$$x = R\$48{,}00$$

Ou

$$400{,}00 \times \frac{12}{100} = 48{,}00$$

Finalizando a aula distribuiremos papéis com diferentes frações aos alunos, contendo valores variados, na forma de porcentagem, forma decimal e forma fracionária.

Cada aluno receberá um papel e será formado um trio para participar da brincadeira "Quem sou eu?". Os alunos colarão os papéis na testa, sem ver o que está escrito, e tentarão descobrir qual número representam fazendo perguntas aos colegas. Na lâmina, haverá sugestões de perguntas, como: "Sou maior que um?", "Estou na forma decimal?". A atividade visa reforçar o reconhecimento e a comparação de diferentes formas de representar números racionais. (25 minutos).

Referências bibliográficas

BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática – Bianchini: manual do professor*. 9. ed. São Paulo: Moderna, 2018.

CENTURIÓN, Jakubovic, LELLIS. Novo matemática na medida certa: 6ª série. São Paulo: Scipione, 2000.

GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. *A conquista da Matemática: 8º ano do Ensino Fundamental*. 2. ed. São Paulo: FTD, 2018.

IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada. *Portal da OBMEP*. Rio de Janeiro: OBMEP, [s.d.]. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br. Acesso em: 22 jul. 2025.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patricia Rosana Moreno. *Vontade de saber matemática: 6º ano*. 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.

2.2 Relatório

A aula ministrada no dia 17 de maio de 2025, das 8h às 11h40, teve como objetivo principal ensinar os conteúdos de frações, números decimais e porcentagem. Estiveram presentes 38 alunos.

Iniciamos a aula às 8h10, a fim de esperar todos os alunos chegarem. Começamos entregando um cartão para cada aluno, em que havia um número fracionário, decimal ou em porcentagem. Os estagiários explicaram que o objetivo era que os alunos encontrassem colegas com um número que representasse a mesma quantidade.

De início, os alunos ficaram tímidos e não se mexeram, e então, foi estipulado um tempo de cinco minutos para que todos encontrassem sua trinca.

Uma aluna gritou: “Alguém está com $\frac{3}{4}$?”, mas ninguém se manifestou, então os estagiários perceberam que ela estava com $\frac{3}{4}$. Foi explicado que não havia mais ninguém com esse valor na sala, mas sim alguém com 0,75 e 75%, assim os alunos se levantaram e começaram a procurar.

Quando todos já estavam sentados com o seu grupo, foi perguntado aos alunos se alguém queria falar qual era o valor que cada integrante do grupo tinha e porque eles formavam a trinca. Três grupos se propuseram a responder. Enquanto os alunos falavam seus valores, era escrito no quadro para todos enxergarem. As explicações dos grupos foram parecidas e coerentes.

Após a dinâmica, os estudantes receberam a lista de exercícios e deveriam resolver a questão um, que perguntava qual a quantidade total de flor-de-lótus. Tinham sido previsto um tempo de 20 minutos para essa questão, mas foram utilizados, em média, 50 minutos. A dúvida de grande parte dos alunos era como começar; muitos não conseguiram nem interpretar o que a questão pedia.

Os estagiários foram auxiliando sem dar muitas dicas, apenas orientando caminhos possíveis. Após os 50 minutos, cerca de metade da sala havia chegado à resposta.

Um grupo se destacou por resolver de uma maneira diferente, transformando todas as frações em números decimais. Foi mostrado uma possível resolução para aquele problema, e então, com ajuda das lâminas formalizamos o conteúdo sobre frações. Não demorou muito, pois os alunos tinham acabado de resolver a questão usando frações. Então, foi mais para sistematizar e entender as definições.

Solicitamos que a questão dois fosse resolvida, essa questão pedia para enumerar as frações e uma delas era $\frac{9}{1}$. Quando um dos estagiários estava corrigindo no quadro e perguntou se essa fração era própria, imprópria, mista ou aparente, uma aluna disse que era imprópria. Então, foi explicado que a aluna não estava errada, mas que $\frac{9}{1} = 9$, se tornando uma fração aparente na forma irredutível.

Após a correção do exercício três, os alunos foram para o intervalo. No retorno, os estagiários deram sequência ao conteúdo, agora abordando as quatro operações. Solicitamos que os alunos resolvessem o exercício quatro. Na correção, uma aluna foi até o quadro para apresentar a resolução e, como reconhecimento, recebeu um pirulito.

Após isso, deu-se início ao conteúdo de números decimais. Usamos o conceito de dinheiro para explicar, um estagiário resolveu a letra "a" da questão cinco no quadro e solicitou que os alunos resolvessem as alternativas restantes. Alguns alunos apresentaram grande dificuldade em compreender o que eram potências de 10. Então, explicamos que $10^1 = 10$, $10^2 = 100$, $10^3 = 1.000$ e assim por diante. Uma aluna não sabia como fazer a letra "b" ($\frac{3}{4}$). Foi dito que a maneira mais fácil seria transformar o quatro em 100, multiplicando por 25, assim, a aluna compreendeu e fez o restante.

Nas quatro operações com decimais, os alunos não apresentaram grandes dificuldades. Foi solicitado que resolvessem a questão seis da lista, e todos resolveram com agilidade. Outro aluno foi ao quadro para mostrar sua solução e foi premiado com um pirulito.

O próximo conteúdo seria porcentagem. Era o conteúdo que os estagiários achavam que os alunos teriam mais dificuldades, mas todos já tinham seus métodos para resolver porcentagem, talvez pelo fato de ser algo muito utilizado no dia a dia. Foi apresentado também a régua de conversão, explicamos como fazia $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$, e pediu para que os alunos fizessem $\frac{1}{10}$. Um dos estagiários solicitou que os alunos resolvessem a questão sete da lista, e dois alunos foram até o quadro mostrar como cada um resolveu, um por meio da regra de três e outro usando frações. Ambos ganharam pirulito. Nos últimos 30 minutos da aula, os estagiários distribuíram dominós de frações para a sala, que estava dividida em sete grupos. Os alunos jogaram até o final da aula.

A aula foi produtiva e envolvente, com boa participação dos alunos nas dinâmicas, resolução de exercícios e atividades em grupo. Apesar de algumas dificuldades iniciais, os estudantes demonstraram progresso na compreensão de frações, números decimais e porcentagem, encerrando a aula de forma leve e interativa com o jogo de dominó.

3 Encontro 3 – 24/05/2025

3.1 Plano de Aula

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio e ingressantes do ensino superior.
Conteúdos: Razão e proporção
Objetivo geral: Resolver problemas envolvendo a propriedade fundamental das proporções.
Objetivos específicos:

- Compreender o conceito de razão como uma comparação entre duas grandezas;
- Calcular diferentes tipos de razões presentes no cotidiano;
- Identificar a proporção como a igualdade entre duas ou mais razões;
- Utilizar razão e proporção em situações práticas;

Recursos didáticos: Notebook, lâminas, projetor, quadro, giz, atividades impressas.
Tempo de execução: Encontro de quatro aulas. Intervalo 9h40 às 10h

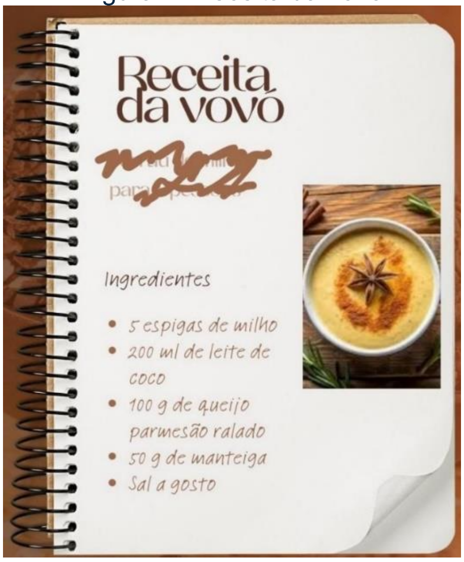
Encaminhamento metodológico:

Parte 1 (30 minutos) - Dinâmica de introdução ao conteúdo

Iniciaremos a aula recepcionando os alunos, com um problema do qual vai estar no panfleto:

Uma vovó abandonou um caderno com várias receitas deliciosas. No entanto, uma das receitas está incompleta! Ela lista alguns ingredientes e suas quantidades para um certo número de porções, mas o nome da receita e o número exato de porções originais foram apagados. Vocês, como detetives da matemática, precisam descobrir o nome da receita e para quantas porções ela originalmente rendia, utilizando as pistas e seus conhecimentos sobre razão e proporção.

Figura 2: Receita da vovó



Fonte: Tudogostoso (2025)

Ingredientes (para uma quantidade desconhecida de porções):

- 5 espigas de milho
- 200 ml de leite de coco
- 100 g de queijo parmesão ralado
- 50 g de manteiga
- Sal a gosto

Nova Tentativa (adaptada para dez porções):

Para preparar esta receita para dez porções, foram utilizadas as seguintes quantidades:

- 10 espigas de milho
- 400 ml de leite de coco
- 200 g de queijo parmesão ralado
- 100 g de manteiga
- Sal a gosto

Pista: Esta receita é um acompanhamento popular em churrascos e festas juninas.

Faremos algumas perguntas sobre como ocorreu a investigação, para que possamos debater e comentar com os estudantes.

1. Analisando as quantidades dos ingredientes na receita original e na nova tentativa, qual é a proporção entre as quantidades da nova tentativa e da receita original para cada ingrediente?
2. Essa razão é a mesma para todos os ingredientes? O que isso significa em relação ao número de porções?
3. Considerando a adaptação para dez porções, qual era o número original de porções para as quais a receita foi criada? Explique seu raciocínio.
4. Com base na pista fornecida, qual você acha que é o nome desta receita?

Possível Resolução:

1\. Verificando a receita original e comparando com a de dez pessoas é possível notar que todos os ingredientes dobraram a quantidade, chegando à conclusão de que a razão entre as receitas é dois.
2\. Sim é a mesma e significa que elas são diretamente proporcionais.
3\. Como os ingredientes dobraram de uma receita para outra é possível concluir que na receita original serve cinco porções.
4\. Cural

Parte 2 (50 minutos) – Definição de razão e proporção

Após a aplicação da investigação, com a ajuda das lâminas explicaremos a definição de razão e proporção.

Razão:

É a comparação entre dois números ou grandezas através da divisão, geralmente escrita como $\frac{a}{b}$, onde 'a' é o antecedente e 'b' é o consequente. A razão indica quantas vezes 'a' contém 'b'.

Proporção:

É uma igualdade entre duas razões, expressa como $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Em outras palavras, a razão entre 'a' e 'b' é igual à razão entre 'c' e 'd'. Quando uma proporção é verdadeira, diz-se que os números 'a', 'b', 'c' e 'd' são proporcionais.

Exemplo 1. Destaque, nos itens a seguir, as razões que são proporcionais a $\frac{3}{4}$

a) $\frac{6}{8}$

b) $\frac{8}{10}$

c) $\frac{15}{20}$

d) $\frac{9}{16}$

Exercício 1. O dono de uma revenda de veículos tem um total de 77 automóveis. A razão entre veículos novos e usados é de $\frac{4}{3}$. Quantos são os carros novos?

Possível solução: De início faremos uma tabela com a quantidade de carros novos usados e o total de carros, conforme abaixo:

Carros novos	Carros usados	Total de carros
4	2	7
x	y	77

Verificando que o total de carros aumentou em 11 vezes, então aumentaremos a quantidade de carros novos em 11 vezes também.

$$4 \times 11 = 44$$

$$O\ total\ de\ carros\ novos\ \text{é}\ 44.$$

Quando falamos em proporcionalidade, precisamos falar sobre a propriedade fundamental das proporções. Essa propriedade afirma que, em uma proporção, o resultado da multiplicação dos dois termos internos é sempre igual ao resultado da multiplicação dos dois termos externos, ou seja: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ propriedade indica que $a \times d = b \times c$

Exemplo: Se temos a proporção $\frac{2}{4} = \frac{5}{10}$ então temos: $2 \times 10 = 5 \times 4$ logo: $20 = 20$

Exercício 3. Um caminhão pode levar 300 sacos de cimento ou 7290 tijolos. Se o veículo já foi carregado com 100 sacos de cimento, quantos tijolos ainda poderemos colocar?

Possível solução: Observe que 300 sacos de cimento correspondem à capacidade total do caminhão. Assim, quando este é carregado com 100 sacos, $\frac{1}{3}$ de sua capacidade terá sido utilizada, restando $\frac{2}{3}$. Ou seja:

$$\frac{2}{3} \times 7290 = 4860$$

Portanto, ainda pode ser colocado 4860 tijolos.

Parte 3 (60 minutos) – Definição de grandeza diretamente e inversamente proporcional

Com o apoio das lâminas, vamos explicar o que são grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Duas grandezas são proporcionais quando a variação e uma provoca a variação da outra de forma relacionada. Se, ao aumentar uma grandeza, a outra também aumenta (ou ambas diminuem ao mesmo tempo), elas são diretamente proporcionais. Já se o aumento de uma causa a diminuição da outra na mesma proporção, são inversamente proporcionais.

Exemplo 3: *Vanderlei, Conceição e Rafaela são os únicos acionistas de uma empresa. Vanderlei possui 20 ações, Conceição possui 40 e Rafaela, 30. Em determinado ano, a empresa obteve lucro de 450 mil reais e a divisão do lucro foi calculada de forma proporcional às quantidades de ações. Qual foi o lucro recebido por Rafaela nesse ano, em milhares de reais?*

Possível resolução:

$$Rafaela\ tem\ 30\ ações\ e\ equivale\ a\ x\ reais$$

$$Total\ de\ ações\ 90\ e\ equivale\ a\ 450\ mil\ reais$$

$$Temos:$$

$$30 \longrightarrow x$$

$$90 \longrightarrow 450$$

$$90x = 13.500$$

$$\frac{90x}{90} = \frac{13.500}{90}$$

$$x = 150$$

Exemplo 4: Para prepara um suco, é necessário misturar uma parte de suco concentrado de fruta e três partes de água. Deve-se preparar 60 litros de suco para uma festa. Qual volume de água, em litros, é necessário para preparar essa quantidade de suco?

Possível solução:

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{60}$$

$$180 = 4x$$

$$\frac{180}{4} = \frac{4x}{4}$$

$$x = 45\ litro$$

Exemplo 5: Três arqueólogos, com a mesma eficiência, inspecionam uma área de $12\,000\ \mathrm{m}^2$ em três dias, trabalhando 8 horas por dia. Se mais dois arqueólogos de mesma eficiência se juntarem aos anteriores e trabalharem 6 horas por dia, durante 4 dias, conseguirão inspecionar uma área maior. Essa área equivale a quanto?

Possível resolução:

$$3\ arqueólogos\ trabalhando\ 8h\ em\ 3\ dias\ equivale\ 12\ 000\ m^2 5\ arqueólogos$$

$$trabalhando\ 6h\ em\ 4\ dias\ equivale\ x\ m^2$$

$$Temos:\ 3 \rightarrow 8h \rightarrow 3d \rightarrow 12\ 000\ m^2$$

$$e$$

$$Temos\colon\ 5 \to 6h \to 4d \to x\,m^2$$

Primeiro precisamos saber quantos metros quadrado os três arqueólogos escavaram durante oito horas em três dias. Temos:

$$3 \times 8 \times 3 = 72$$

$$então\ \frac{72}{12\,000}$$

Agora podemos descobrir quanto seria a quantidade com cinco arqueólogos trabalhando seis horas em quatro dias. Temos:

$$5 \times 6 \times 4 = 120$$

$$então\ \frac{120}{x}$$

Assim podemos igualar para descobrir a quantidade que aumenta, como é uma grandeza diretamente proporcional basta realizar regra de três.

$$\frac{72}{12\,000} = \frac{120}{x}$$

$$72x = 1\,440\,000$$

$$\frac{72x}{72} = \frac{1\,440\,000}{72}$$

$$x = 20\,000\,m^2$$

Parte 4 (90 minutos) - Caça ao tesouro

Após as explicações, vamos dividir a turma em três grupos. Cada grupo receberá uma faixa de TNT para identificar a sua cor.

Cada estagiário ficará responsável por acompanhar um grupo de alunos.

Em seguida, cada grupo receberá uma pista para começar a brincadeira. Todos receberão as mesmas cinco dicas, porém em ordem diferente.

Pista 1 "Quanto mais eu como, menos eu sinto.
Onde é que sacio meu maior instinto?"

Pista 2 "Quanto mais eu leio, mais sei onde estou. Qual é o lugar onde o saber sempre reinou?"

Pista 3 "Quanto mais eu clico, mais coisas descubro. Onde telas brilham, que lugar eu procuro?"

Pista 4 "Quatro rodas, um só caminho, onde os carros ficam quietinhos?"

Pista 5 "O sol brilha, os planetas dançam no ar,
Qual é o lugar onde posso tudo observar?"

Cada grupo seguirá até o lugar indicado pela pista. Ao chegar, encontrarão três exercícios de razão ou proporção em cada lugar. Assim que resolverem, receberão a próxima dica.

Exercício 1. (Enem 2020 - adaptada) um motociclista planeja realizar uma viagem cujo destino fica a 500 km de sua casa. Sua moto consome 5 litros de gasolina para cada 100 km rodados, e o tanque da moto tem capacidade para 22 litros. Pelo mapa, observou que no trajeto da viagem o último posto disponível para reabastecimento, chamado Estrela, fica a 80 km do seu destino. Ele pretende partir com o tanque da moto cheio e planeja fazer somente duas paradas para reabastecimento, uma na ida e outra na volta, ambas no posto Estrela. No reabastecimento para a viagem de ida, deve considerar também combustível suficiente para se deslocar pôr no 200 km seu destino.
A quantidade mínima de combustível, em litro, que esse motociclista deve reabastecer no posto Estrela na viagem de ida, que seja suficiente para fazer o segundo reabastecimento, é de quanto?

Possível solução:

$$Sabemos\ que\ 100\ km\ consomem\ 5\ litros, logo\ serão\ consumidos$$

$$\frac{100}{5} = 20\ litros/\ km.$$

$$Para\ fazer\ 420\ km, é\ necessário\ um\ total\ de\ 420\ :\ 20\ =\ 21\ litros.$$

$$A\ capacidade\ do\ tanque\ é\ de\ 22\ litros, então\ 22\ -\ 21\ =\ 1, logo\ sobrou\ 1\ litro.$$

$$O \text{ que nos interessa é o combustível necessário para que ele ande os}$$

$$80\ km \text{ restantes, mais } 200\ km \text{ dentro da cidade e os } 80\ km \text{ na volta,}$$

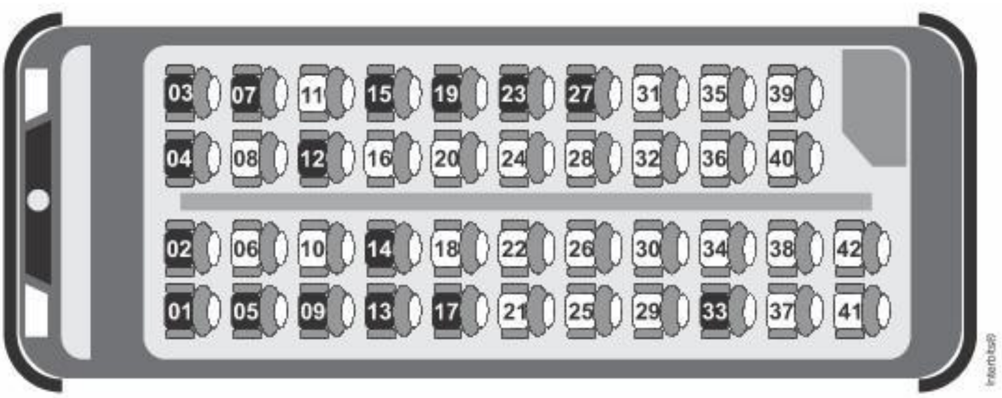
$$\text{ou seja, um total de } 360\ km.$$

$$360/20 \ = \ 18 \text{ litros}$$

$$\text{Como restou } 1 \text{ litro, então é necessário que ele abasteça, no mínimo,}$$

$$18 \ - \ 1 \ = \ 17 \text{ litros}$$

Exercício 2. (Enem 2020 - adaptada) Uma empresa de ônibus utiliza um sistema de vendas de passagens que fornece a imagem de todos os assentos do ônibus, diferenciando os assentos já vendidos, por uma cor mais escura, dos assentos ainda disponíveis. A empresa monitora, permanentemente, o número de assentos já vendidos e compara-o com o número total de assentos do ônibus para avaliar a necessidade de alocação de veículos extras. Na imagem tem-se a informação dos assentos já vendidos e dos ainda disponíveis em um determinado instante.



A razão entre o número de assentos já vendidos e o total de assentos desse ônibus, é de quanto?

Possível solução:

$$\text{Sabemos que há um total de } 16 \text{ assentos vendidos entre os } 42 \text{ acentos,}$$

$$\text{logo a razão entre o número de acentos vendidos em relação ao total de acentos do ônibus}$$

$$\text{é de } \frac{16}{42}.$$

Exercício 3. (IFSC 2020 - adaptada) Na secretaria acadêmica de um campus do IFSC, no dia da matrícula dos alunos, 3 (três) colaboradores atenderam 80 (oitenta) alunos em 4 (quatro) horas. Se houvesse 4 (quatro) colaboradores atendendo os alunos no mesmo ritmo, quantas horas eles levariam para atender 160 (cento e sessenta) alunos?

Possível solução:

$$Sabemos\ que\ 3\ colaboradores\ atenderam\ 80\ estudantes\ em\ 4\ horas.$$

$$Queremos\ saber\ quanto\ tempo\ 4\ colaboradores\ gastarão\ para\ atender\ 160\ estudantes.$$

$$Montando\ a\ tabela, temos\ que:$$

Tempo	Colaboradores	Estudantes
4 horas	3	80
x horas	4	160

$$Sabemos\ que\ tempo\ e\ quantidade\ de\ colaboradores\ é\ inversamente\ proporcional, pois,$$

$$se\ aumentarmos\ a\ quantidade\ de\ colaboradores,$$

$$o\ tempo\ gasto\ para\ os\ atendimentos\ será\ menor.$$

$$Já\ tempo\ e\ estudantes\ é\ diretamente\ proporcional, pois, se\ o\ tempo\ for\ maior,$$

$$o\ número\ de\ estudantes\ atendidos\ será\ maior. Então, montando\ a\ regra\ de\ três:$$

$$\frac{4}{x} = \frac{4}{3} \times \frac{80}{160}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{4}{6}$$

$$24 = 4x$$

$$\frac{24}{4} = \frac{4x}{4}$$

$$x = 6$$

Exercício 4. (IFSP/2013 - adaptada) Em uma maquete de um condomínio, um de seus prédios de 80 metros de altura está com apenas 48 centímetros. A altura de um outro prédio de 110 metros nessa maquete, mantidas as devidas proporções, será de quanto?

Possível resolução:

$$48/80 = x/110$$

$$80 \times x = 110 \times 48$$

$$x = \frac{5280}{80} x = 66cm$$

Exercício 5. Em uma empresa, a razão entre o número de mulheres e o número de homens é de $\frac{3}{5}$. Sabendo que há 30 homens nessa empresa, qual o número de mulheres?
Possível solução:

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{30}$$

$$5x = 3 \times 30$$

$$5x = 90$$

$$x = \frac{90}{5}$$

$$x = 18$$

Exercício 6. Sabendo que x e 6 são diretamente proporcionais aos números 6 e 18, então podemos afirmar que x vale quanto?

Possível solução:

$$\frac{x}{6} = \frac{6}{18}$$

$$18x = 36$$

$$x = \frac{36}{18}$$

$$x = 2$$

Exercício 7**.** Das situações abaixo, marque aquela que descreve duas grandezas inversamente proporcionais:

a) Quantidade de pessoas em um churrasco e a quantidade de carne necessária.
b) Número de habitantes em uma cidade e a taxa de mortalidade.
c) Velocidade de um automóvel e a distância percorrida em um mesmo intervalo de tempo.
d) Comprimento da altura e a área de um polígono.
e) Vazão de um ralo e o tempo necessário para esvaziar um reservatório.

Solução:

$$Alternativa\ E$$

Exercício 8. Uma prestadora de serviços em construção civil foi contratada para a reforma de um condomínio. A previsão é que, com 6 funcionários, a reforma levaria 18 dias para ser feita caso fossem contratados 3 funcionários a mais. O tempo necessário para realizar a reforma é de quantos dias?

Possível solução:

$$As\ grandezas\ são: quantidade\ de\ funcionários\ e\ dias.$$

$$Sabemos\ que\ essas\ grandezas\ são\ inversamente\ proporcionais.$$

$$Montando\ a\ regra\ de\ 3, temos\ que:$$

Quantidade de funcionários	**Tempo**
6	18

9	x

$$9x = 6 \times 18$$

$$9x = 108$$

$$x = \frac{108}{9}$$

$$x = 12$$

Exercício 9. Para construir a massa de cimento, são utilizados cimento, areia e brita. Para a fabricação de uma massa de cimento de qualidade, utilizam-se $\frac{1}{6}$ de cimento, $\frac{3}{6}$ de areia e $\frac{2}{6}$ de brita. Sendo assim, a quantidade necessária de brita para fazer 9 kg de massa é de quanto?

Possível solução:

$$\frac{2}{6} \times 9$$

$$\frac{18}{6} = 3$$

$$\text{Serão necessários 3 kg de brita.}$$

Exercício 10. Qual a razão entre 40 e 20?
Possível resolução:

$$\frac{40}{20} = 2$$

Exercício 11. Qual o valor de x na proporção abaixo?

$$\frac{1}{3} = \frac{12}{x}$$

Possível solução:

$$3 \times 12 = x.1$$

$$x = 36$$

Exercício 12. Para melhorar os processos administrativos dentro de uma empresa, foi feita uma pesquisa com os 5 funcionários do setor para averiguar a produtividade de cada um deles.

Funcionário I → 25 processos em 6 dias

Funcionário II → 18 processos em 4 dias

Funcionário III → 20 processos em 5 dias

Funcionário IV → 14 processos em 3 dias

Funcionário V → 22 processos em 5 dias

Supondo que a produtividade desses funcionários continue a mesma, qual o funcionário menos produtivo desse setor?

Solução:

$$Para\ analisar\ a\ produtividade\ de\ cada\ funcionário,$$

$$calcularemos\ a\ razão\ entre\ o\ número\ de\ processos\ e\ o\ número\ de\ dias:$$

Funcionário I → $\frac{25}{6} = 4{,}166\ldots$

Funcionário II → $\frac{18}{4} = 6$

Funcionário III → $\frac{20}{5} = 4$

Funcionário IV → $\frac{14}{3} = 4{,}66\ldots$

Funcionário V → $\frac{22}{5} = 4{,}4$

$$O\ menos\ produtivo\ é\ o\ funcionário\ III.$$

Exercício 13. Em uma loja, há 2300 vendedores e 46 supervisores. A razão entre o número de vendedores e o número de supervisores é de quanto?

Possível solução:

$$Calculando\ a\ razão, temos\ que\ \frac{2300}{46} = 50,$$

$$logo, há\ 1\ supervisor\ para\ cada\ 50\ vendedores.$$

Exercício 14. Para o pronunciamento do prefeito eleito, os seus apoiadores fizeram uma festa em sua posse. Das pessoas presentes, 300 vieram de outras cidades e 1200 eram da própria cidade. Então, a razão entre o total de convidados que vieram de outra cidade e o total de convidados da festa é de quanto?

Possível solução:

$$Há\ um\ total\ de\ 300 + 1200 = 1500\ convidados,$$

$$logo, a\ razão\ entre\ 300\ e\ 1500\ \text{é:}$$

$$\frac{300}{1500} = \frac{1}{5}$$

Exercício 15. O desempenho de um técnico de futebol é de 15 vitórias em 25 jogos. Então, qual a razão entre o número de partidas perdidas e o número de partidas disputadas?

Possível solução:

$$Se\ houve\ 15\ vitórias, então\ houve\ 25 - 15 = 10\ derrotas.$$

$$A\ razão\ entre\ o\ número\ de\ derrotas\ e\ o\ total\ de\ partiras\ \text{é}\ \frac{10}{25}$$

$$Note\ que\ \text{é}\ possível\ realizar\ a\ simplificação\ dividindo\ por\ 5$$

$$tanto\ o\ númerador\ quanto\ o\ denominador, resultando\ na\ fração\ \frac{2}{5}$$

No final do jogo, todos voltarão para a sala, onde será discutido qual grupo teve o menor tempo, para que possam ser premiados.

Avaliação:

Observação da participação e do envolvimento dos alunos durante as atividades e discussões.

Aplicação de uma lista de exercícios individual ao final do conteúdo.

Este problema de investigação permite que os alunos apliquem seus conhecimentos sobre razão e proporção de forma prática e desafiadora, incentivando o trabalho colaborativo e o desenvolvimento do raciocínio lógico. A temática da receita torna o problema mais interessante e conectado ao cotidiano dos alunos.

Análise das respostas e estratégias utilizadas no jogo introdutório.

Avaliação das soluções dos exercícios propostos durante as aulas.

Referências bibliográficas

DANTE, Luiz Roberto. *A conquista da matemática: 9º ano*. 2. ed. São Paulo: Ática, 2022.

DANTE, Luiz Roberto; DANTE, Lílian Szapiro. *A conquista da Matemática: 8º ano: ensino fundamental*. São Paulo: Ática, 2018.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA (IMPA). *Portal da OBMEP*. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/. Acesso em: 23 maio 2025.

TudoGostoso. (s.d.). *Curau de milho verde radicional*. https://www.tudogostoso.com.br/receita/97391-curau-de-milho-verde-tradicional.html. Acesso em: 21 maio 2025.

3.2 Relatório

A aula ministrada no dia 24 de maio de 2025, das 8h às 11h40min, teve como objetivo principal ensinar os conteúdos de razões e proporções. Estiveram presentes 39 alunos. A aula iniciou às 8h05min.

Foi proposta inicialmente a atividade da receita, na qual os alunos deveriam encontrar a porção original da receita baseando-se em outra que serviria 10 porções. A maioria conseguiu perceber que, de uma receita para outra, os ingredientes dobraram, portanto, a receita original serviria 5 porções. Ainda foram realizados alguns questionamentos aos alunos, como: “a proporção é a mesma para todos os ingredientes?” e “o que se observa sobre essas proporções?”. A resposta esperada era que percebessem que se tratava de razões diretamente proporcionais. A maioria percebeu esse detalhe.

Para engajar os estudantes, também foi perguntado qual seria a “receita misteriosa”. Foram dadas respostas como bolo de milho e pamonha, mas a correta era curau. Alguns alunos que não tinham conhecimento prévio sobre razão e proporção também conseguiram resolver esse exercício.

Em seguida, foi formalizado o conteúdo, explicando-se sobre razão, e lançado o desafio de encontrar a razão de meninos para meninas na sala, que, naquele momento, era de 19 para 18 (posteriormente alguns alunos chegaram atrasados, alterando a contagem).

Na sequência, foi entregue uma lista de exercícios para os estudantes, e solicitado que realizassem o exercício 1, que consistia em calcular o número de carros novos sabendo que a razão de carros novos para velhos era de 3 para 4 e o total de carros era de 77. Alguns alunos tiveram dificuldade na resolução, sendo auxiliados a perceber que a cada 7 carros, 4 eram novos e 3 usados. Portanto, o total de carros novos era de 44, já que de 7 para 77 o valor aumenta 11 vezes. Essa explicação também foi feita no quadro, utilizando-se uma tabela para facilitar.

A aula prosseguiu com a explicação sobre proporção, entendida como igualdade entre razões. Em seguida, foi solicitado que os alunos resolvessem o próximo exercício, que consistia em identificar qual das razões era proporcional a 3/4 dentre as alternativas apresentadas. Na correção, foi perguntado como haviam resolvido o exercício, e responderam que utilizaram a simplificação.

Foi mostrado que também era possível verificar a proporcionalidade realizando a divisão, conforme abaixo:

$$3/4 = 6/8 = 15/20 = 75/100$$
$$0{,}75 = 0{,}75 = 0{,}75 = 0{,}75$$

Posteriormente, foi explicada a relação fundamental das proporções, e solicitados exercícios dos slides e da lista. Alguns alunos se dispuseram a resolver no quadro.

O primeiro exercício resolvido pedia a quantidade de gasolina em um combustível, sabendo-se que a proporção de álcool para gasolina era de 3 para 7 e que o combustível possuía 3.600 litros de álcool. A atividade foi resolvida por um aluno no quadro, utilizando a regra de três simples. Um dos estagiários explicou o raciocínio do estudante para os demais.

Na sequência, foi proposto o exercício 3 da lista, envolvendo ações e lucro obtido. Alguns alunos apresentaram dificuldade para montar a regra de três. Uma aluna resolveu no quadro de forma diferente do esperado: em vez de montar a regra de três convencional, dividiu o número de ações cujo lucro se queria saber pelo total de ações e, em seguida, multiplicou pelo lucro, arredondando o resultado e chegando à resposta correta. Um dos estagiários também apresentou a resolução convencional pela regra de três. Em seguida, foi dado o intervalo.

No retorno, percebeu-se que havia pouco tempo, pois ainda seria realizada a dinâmica de caça ao tesouro. Foi feita uma explicação sobre grandezas diretamente e inversamente proporcionais, e solicitado que os alunos resolvessem o exercício 5 da lista, que envolvia torneiras enchendo um tanque. Após poucos minutos, os estagiários resolveram a questão no quadro, conforme havia sido explicado anteriormente, e então iniciou-se a dinâmica.

A turma foi dividida em três grandes grupos: azul, vermelho e branco. Cada grupo acompanhou um estagiário, sendo eles: Keven, Bianca e Juliano, nessa ordem.

As pistas para encontrar o lugar onde estavam os envelopes com as perguntas foram desvendadas rapidamente pelos alunos, e os estagiários os conduziram até os locais. A brincadeira também serviu como um tour pela Unioeste. Cada envelope continha três perguntas, e a ideia inicial era que os integrantes de cada grupo se dividissem para resolver as questões de forma mais eficiente. Apesar disso, em todos os grupos houve alunos que não se dispuseram a resolver nenhuma questão e outros que quiseram resolver todas, resultado já esperado. Durante a dinâmica, nenhum aluno se perdeu ou tentou sair da Unioeste antes do tempo.

Após a atividade, a equipe vencedora foi a azul, que levou menos tempo e deixou apenas uma questão sem resposta. A equipe vermelha deixou duas sem resolver, e a equipe branca chegou por último, também deixando duas questões em aberto. Houve um problema com uma das questões devido a um erro de pontuação. Os estagiários verificaram-na em diversos sites e vídeos, constatando que o erro estava presente em todos, motivo pelo qual a questão foi anulada. Ainda assim, o pódio permaneceu o mesmo.

A aula foi finalizada com a entrega dos prêmios à equipe vencedora e com uma foto coletiva com os alunos.

4 Encontro 4 – 31/05/2025

4.1 Plano de Aula

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio e ingressantes do ensino superior.
Conteúdos: Polígonos.
Objetivo geral: Compreender as características e classificações dos polígonos, identificando seus elementos, diferenças e propriedades, e aplicando esse conhecimento na resolução de problemas geométricos em contextos diversos.

Objetivos específicos:

- Identificar e nomear polígonos a partir da quantidade de lados e vértices.
- Reconhecer os elementos dos polígonos (lados, vértices, ângulos, diagonais) em representações gráficas e no cotidiano.
- Classificar polígonos em regulares e irregulares com base nas medidas de seus lados e ângulos.
- Comparar e analisar polígonos quanto ao número de lados, simetrias e propriedades geométricas.
- Resolver situações-problema que envolvam perímetro de polígonos, utilizando estratégias adequadas de cálculo.
- Relacionar o estudo dos polígonos com contextos práticos, como formas em construções, objetos e sinalizações.

Recursos didáticos: Notebook, lâminas, projetor, quadro, giz, atividades impressas.
Tempo de execução: Encontro de quatro aulas. Intervalo 9h40 às 10h

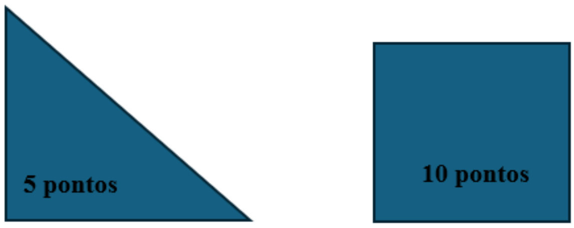
Encaminhamento metodológico:

Parte 1 - Dinâmica de introdução ao conteúdo (40 minutos)

Iniciaremos distribuindo papéis com formato de triângulos e quadrados com valor de cinco e dez pontos respectivamente para os alunos que devem se organizar em grupos. Em seguida pediremos para eles criarem algumas figuras que serão polígonos usando os triângulos e os quadrados dados conforme figura 03 e 04.

Formando novas figuras

Figura 3 - Triângulo e quadrado



Fonte: Os autores (2025)

1 – Usando seis triângulos e um quadrado faça uma figura que tenha o valor de 40 pontos.

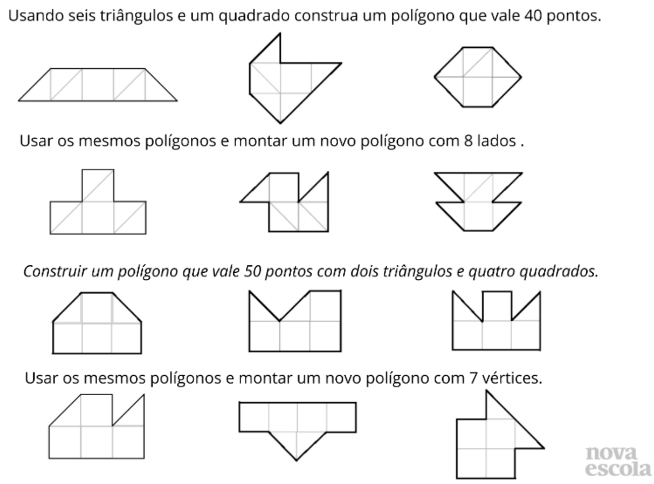
2 – Construa uma figura com valor de 50 pontos usando dois triângulos e quatro quadrados.

3 – Usando a sua figura da atividade um faça uma figura com oito lados.

4 – Usando a figura da atividade dois faça uma figura com sete vértices.

Possíveis soluções:

Figura 4: Polígonos



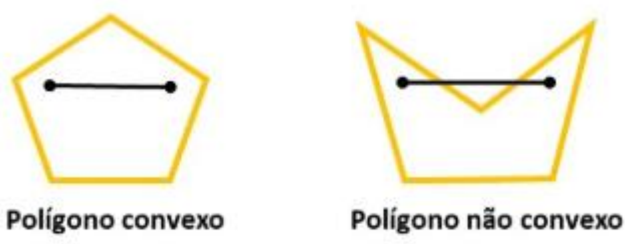
Fonte: Nova Escola (2025).

Parte 2 - Definição de Polígonos (50 minutos)

Usando as características em comum das figuras formadas pelos alunos definiremos polígonos como toda linha fechada no plano, formada por segmentos de reta que não se cruzam, de maneira que dois segmentos consecutivos não são parte de uma mesma reta. Cada segmento de reta é um lado do polígono.
Mostraremos a diferença de polígonos regulares e irregulares.
Seguiremos explicando o tipo de polígonos:

- Polígono convexo: quando qualquer reta que passa por seu interior corta seus lados em somente dois pontos.
- Polígono não convexo: quando existe pelo menos uma reta que passa por seu interior cortando seus lados em mais de dois pontos. Como mostra a figura 5.

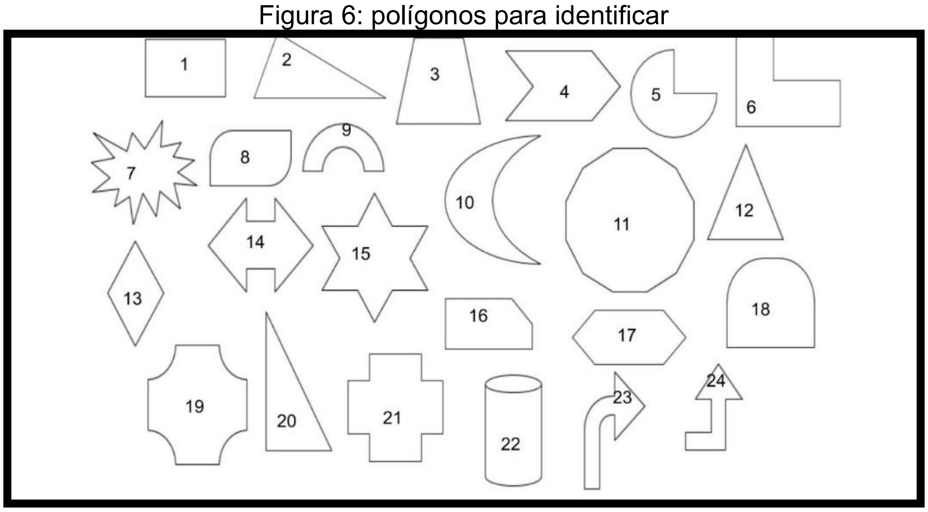
Figura 5: Polígonos Convexo e não convexo



Fonte: Escola Educação (2025).

Em seguida apresentaremos uma atividade, para que os alunos identifiquem quais das figuras não são polígonos.

Figura 6: polígonos para identificar

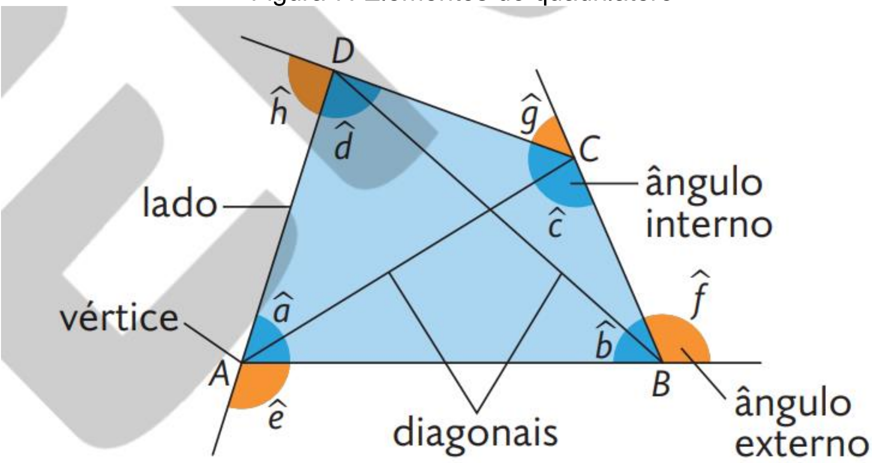


Fonte: Nova Escola (2025).

Solução: 5, 8, 9, 10, 18, 19, 22 e 23.

Após a correção e discussão do exercício anterior, continuaremos o conteúdo a definição de diagonais de um polígono convexo, que são os segmentos de reta que ligam dois vértices e não são lados desse polígono. No polígono convexo ABCD, temos os seguintes elementos.

Figura 7: Elementos do quadrilátero



Fonte: SuperAção (p.196, 2022)

• Vértices: A, B, C e D.

• Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$.

• Diagonais: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$.

• Medida dos ângulos internos: $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$.

• Medida dos ângulos externos: $\hat{e}$, $\hat{f}$, $\hat{g}$ e $\hat{h}$.

Número de diagonais de um polígono convexo

Em um polígono convexo de n lados ou vértices, a quantidade D de diagonais é calculada por:

$$D = \frac{(n-3).n}{2}$$

Com a ajuda do material impresso entregue, daremos um exemplo e iremos pedir para fazer o exercício um para fixar e tirar as dúvidas se for necessário.

1. Com base na fórmula que estudamos resolva.

a) Quantas diagonais possui um polígono convexo de 38 lados?

Possível resolução:

$$D = \frac{(38-3) \times 38}{2}$$

$$D = \frac{35 \times 38}{2}$$

$$D = \frac{1330}{2}$$

$$D = 665$$

b) Desse mesmo polígono, quantas diagonais partem de um único vértice?

Possível resolução:

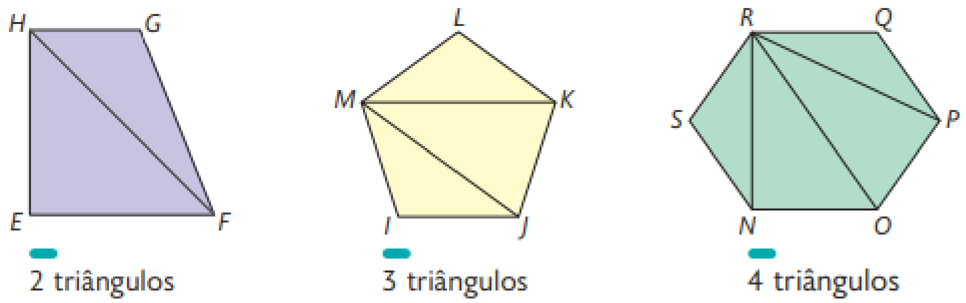
$$D_v = n - 3$$

$$D_v = 38 - 3$$

$$D_v = 35$$

Logo após falaremos sobre ângulos em um polígono convexo, que pode ser medido através da decomposição de cada polígono em triângulos, traçando todas as diagonais a partir de um único vértice. Conforme a figura 8.

Figura 8: Poliedros



Fonte: SuperAção (p.199 2022)

Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°, podemos encontrar a soma dos ângulos internos de qualquer polígono dividindo-o em triângulos. Para isso, multiplicamos 180° pela quantidade de triângulos formados em cada polígono:

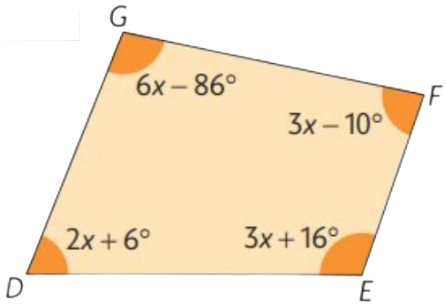
- Quadrilátero: 2 × 180° = 360°
- Pentágono: 3 × 180° = 540°
- Hexágono: 4 × 180° = 720°

A soma S_i das medidas dos ângulos internos de um polígono de n lados é calculada por:

S_i = (n − 2) · 180°

Após a explicação com as lâminas pediremos para que eles façam os exercícios dois e três, são:

2. Efetue os cálculos e determine o valor de x e a medida de cada ângulo interno do polígono.



Possível solução:

$$6x - 86 + 3x - 10 + 2x + 6 + 3x + 16 = 360$$

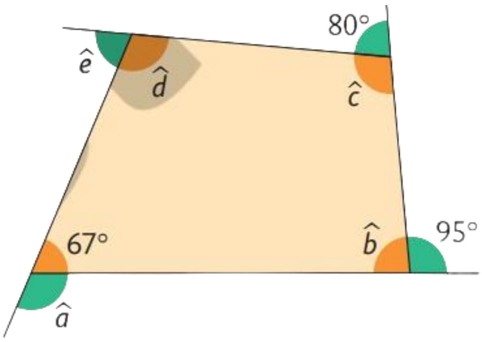
$$14x - 74 = 360$$

$$14x = 434$$

$$x = \frac{434}{14}$$

$$x = 31$$

3. Calcule a medida de cada ângulo indicada por letras no quadrilátero.



Possível solução:

$$\hat{c} = 100°$$

$$\hat{b} = 85°$$

$$\hat{a} = 113°$$

$$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} + \hat{d} = 360°$$

$$113 + 85 + 100 + \hat{d} = 360°$$

$\hat{d} = 360 - 298°$

$\hat{d} = 62°$

Assim temos:

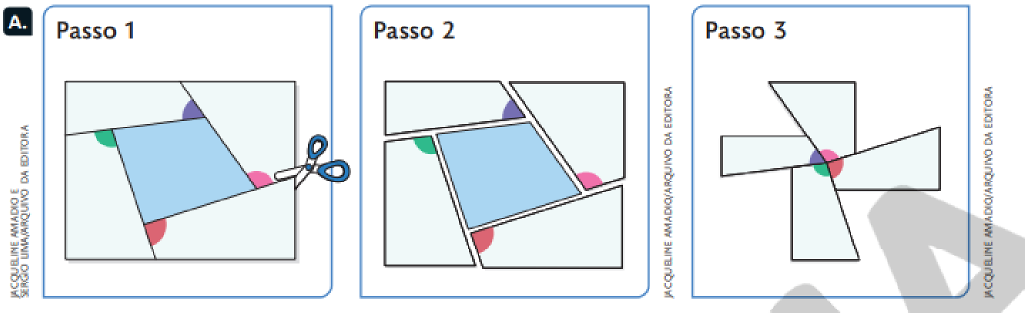
$$\hat{e} = 118°$$

Parte 3 - Quadriláteros (80 minutos)

Explicaremos sobre o quadrilátero que é um polígono de quatro lados e, consequentemente, quatro vértices, quatro ângulos internos, quatro ângulos externos e duas diagonais, quando convexos.

Em seguida, entregaremos folhas sulfites, de modo para verificar de maneira experimental como podemos obter a soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo por meio de recortes.

Figura 9: Ângulo dos quadriláteros



Fonte: SuperAção (p.200, 2022).

Com isso usaremos as lâminas e pediremos para resolverem os exercícios quatro, cinco e seis da lista.

4. (UFMS) Dadas as proposições a seguir, identifique quais são as verdadeiras.

a) Em um retângulo qualquer, as diagonais são congruentes.
b) Em um losango qualquer, as diagonais são congruentes.
c) Em um quadrado qualquer, as diagonais são congruentes.
d) Em um retângulo qualquer, as diagonais são perpendiculares entre si.
e) Em um losango qualquer, as diagonais são perpendiculares entre si.

Solução: Alternativas a,c e e.

5. Um terreno possui formato de um trapézio, com bases medindo 15 metros e 20 metros e a altura medindo 10 metros. Se a metade desse terreno

será utilizada para a construção de uma casa, então qual a área construída desse terreno?

Possível resolução

Calculando a área do trapézio, temos que:

$$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$$

$$A = \frac{(15+20)\cdot 10}{2}$$

$$A = \frac{35\cdot 10}{2}$$

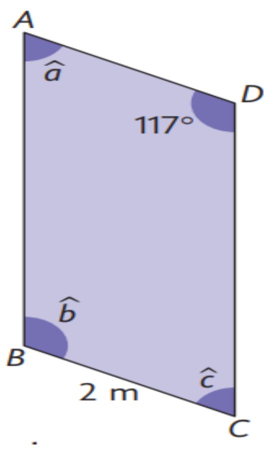
$$A = \frac{350}{2}$$

$$A = 175\ m^2$$

A construção ocupa a metade dessa área, então a área construída é de:

$$\frac{175}{2} = 87{,}5$$

6. Considere o paralelogramo a seguir.



a) A medida do comprimento do lado $\overline{AD}$

b) As medidas de $\hat{a}$ e $\hat{c}$.

c) A medida do comprimento do lado $\overline{AB}$ sabendo que o perímetro desse paralelogramo mede 12 m.

Possível solução:

a) $como\ o\ lado\ \overline{BC} = \overline{AD}$

Então temos:

$$\overline{AD} = 2\ metros$$

b) As medidas de $\hat{a}$ e $\hat{c}$.

$$Como\ \hat{d} = \hat{b}$$
$$e\ \hat{a} = \hat{c}$$
$$Então\ \hat{b} = 117°$$
$$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} + \hat{d} = 360°$$
$$\hat{a} + 117° + \hat{c} + 117° = 360°$$
$$\hat{a} + \hat{c} = 360 - 234$$
$$2 \cdot \hat{a} = 126$$
$$\hat{a} = \frac{126}{2}$$
$$\hat{a} = 63\ e\ \hat{c} = 63$$

c) A medida do comprimento do lado $\overline{AB}$ sabendo que o perímetro desse paralelogramo mede 12 m.

$$Como\ \overline{AD} = 2\ metros\ e\ \overline{BC} = 2\ metros$$
$$e\ a\ soma\ total\ do\ perímetro\ é\ 12\ metros$$
$$Temos\ 12 - 4 = 8$$

$$E\ como\ \overline{AB} = \overline{DC}$$

$$Temos\ \overline{AB} + \overline{DC} = 8$$

$$Assim\ \overline{AB} = 4\ e\ \overline{DC} = 4$$

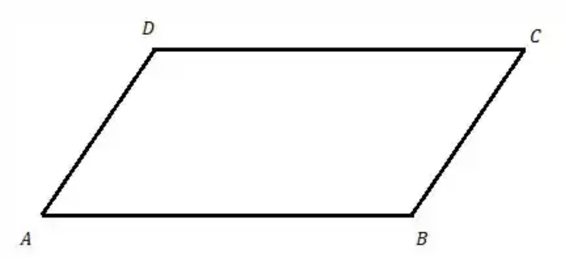
Após mostraremos a classificação de quadriláteros, que são:

Paralelogramo é um quadrilátero que tem os lados opostos paralelos. No paralelogramo ABCD:

• o lado $\overline{AB}$ é paralelo ao lado $\overline{CD}$ (indicamos assim: $\overline{AB}$/ / $\overline{CD}$);

• o lado $\overline{AD}$é paralelo ao lado $\overline{BC}$.

Figura 10: Quadriláteros



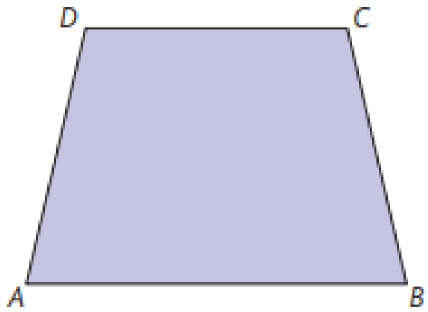
Fonte: Os autores (2025)

Trapézio é um quadrilátero que tem somente 2 lados paralelos. No trapézio ABCD:

• o lado $\overline{AB}$é paralelo ao lado $\overline{CD}$($\overline{AB}$/ /$\overline{CD}$);

• o lado $\overline{BC}$não é paralelo ao lado $\overline{AD}$.

Figura 11: Quadriláteros



Fonte: Os autores (2025)

Em um trapézio, os lados paralelos são chamados bases. Nesse trapézio, $\overline{AB}$é a base maior, e $\overline{CD}$, a base menor.

Em seguida, passaremos sobre a classificação de trapézio, isósceles, retângulo ou escaleno.

Trapézio isósceles é aquele que tem os lados não paralelos com medidas de comprimento iguais.

Trapézio escaleno é aquele que tem os lados não paralelos com medidas de comprimento diferentes.

Trapézio retângulo é um trapézio escaleno que tem um dos lados não paralelos perpendiculares às bases.

Após falaremos sobre as propriedades do paralelogramo:
1ª propriedade: em um paralelogramo, os lados opostos são congruentes.

2ª propriedade: em um paralelogramo, os ângulos internos opostos são congruentes.

3ª propriedade: em um paralelogramo, as diagonais se cruzam em seus pontos médios.

Alguns paralelogramos podem ser classificados em retângulo, losango ou quadrado.

• Retângulo é o paralelogramo que tem todos os ângulos internos retos.

• Losango é o paralelogramo que tem todos os lados com medidas iguais.

• Quadrado é o paralelogramo que tem todos os lados com medidas iguais e todos os ângulos internos retos. Por isso, o quadrado é um caso particular de losango e de retângulo.

O retângulo é formado por quatro lados e apresenta os quatro ângulos internos congruentes e retos (90°).

Quando seus lados tiverem mesma medida, ele também será um quadrado.

Podemos resumir o conteúdo conforme a imagem a seguir:

Figura 12: quadro explicativo acerca de quadriláteros

Paralelogramos	Os lados opostos são congruentes. Os ângulos internos opostos são congruentes. As diagonais se cruzam nos respectivos pontos médios.
Retângulos	Têm as propriedades dos paralelogramos. As diagonais são congruentes.
Losangos	Têm as propriedades dos paralelogramos. As diagonais são perpendiculares entre si. As diagonais correspondem às bissetrizes dos ângulos internos.
Quadrados	Como o quadrado é um caso particular de losango e de retângulo, ele tem todas as propriedades de ambos.

Fonte: SuperAção (p. 2022)

Finalizando o conteúdo resolveremos mais alguns exercícios.

7. (Unesp) adaptada - Considere as seguintes proposições:

I. Todo quadrado é um losango;

II. Todo quadrado é um retângulo;

III. Todo retângulo é um paralelogramo;

Podemos afirmar que:

a) Só uma é verdadeira.

b) Todas são verdadeiras.

c) Só uma é falsa.

d) Duas são verdadeiras e uma é falsa.

e) Todas são falsas.

Solução: B

8. O perímetro de um paralelogramo mede 18 cm, e o comprimento de um de seus lados mede o triplo de sua altura, que é 2 cm. Quais são as medidas de comprimento dos outros lados?

Possível solução:

Dados:

- Perímetro do paralelogramo: $P = 18\,cm$
- Um dos lados tem comprimento igual ao triplo da altura: $\mathrm{h} = 2\ \mathrm{cm} \Rightarrow \mathrm{x} = 3 \cdot 2 = 6\ \mathrm{cm}$

Seja $\mathrm{x} = 6\ \mathrm{cm}$ e o outro lado y

Como o perímetro de um paralelogramo é dado por: $\mathrm{P} = 2\mathrm{x} + 2\mathrm{y}$

$$18 = 2(6) + 2\mathrm{y}$$

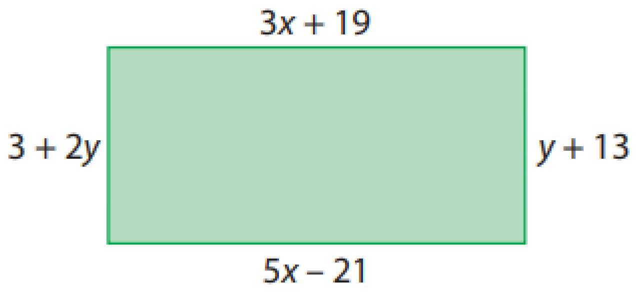
$$18 = 12 + 2\mathrm{y}$$

$$2\mathrm{y} = 6 \Rightarrow \mathrm{y} = 3\mathrm{cm}$$

Portanto, os lados medem 6 cm e 3 cm (os pares opostos são iguais).

9. Determine o valor de x e de y considerando que as figuras abaixo são retângulas.

a)



Possível solução:

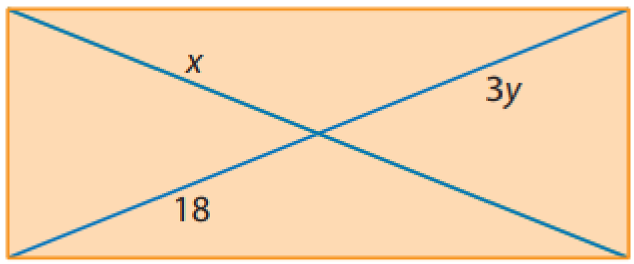
$$3x + 19 = 5x - 21 \;\; e \;\; 3 + 2y = y + 13$$

$$5x - 3x = 19 + 21 \;\; e \;\; 2y - y = 13 - 3$$

$$2x = 40 \;\; e \;\; y = 10$$

$$temos\ x = 20 \;\; e\ y = 10$$

b)



Possível resolução:

$$3y = 18\ e\ x = 18$$

$$Assim\ temos\ y = 6\ e\ x = 18$$

10. (ITA-SP) Dadas as afirmações:
I. Quaisquer dois ângulos opostos de um quadrilátero são suplementares.
II. Quaisquer dois ângulos adjacentes a um lado de um paralelogramo são suplementares.
III. Se as diagonais de um paralelogramo são perpendiculares entre si e se

cruzam em seu ponto médio, então esse paralelogramo é um losango. Podemos então garantir que:

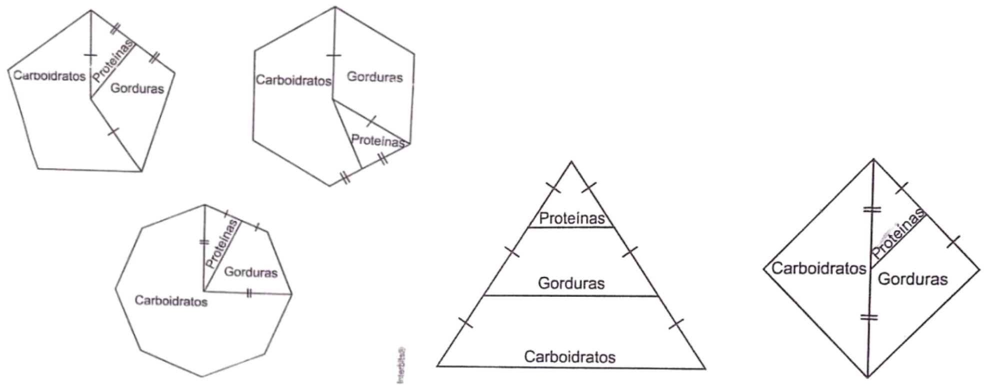
a) todas são verdadeiras.
b) apenas I e II são verdadeiras.
c) apenas II e III são verdadeiras.
d) apenas II é verdadeira.
e) apenas III é verdadeira.

Solução: Alternativa C

11. Classifique os seguintes polígonos em convexos e não convexos, pela ordem da esquerda para a direita.

Solução: Convexo, não convexo, não convexo, convexo, Convexo, não convexo.

12. Enem (adaptada) - Para uma alimentação saudável, recomenda-se ingerir, em relação ao total de calorias diárias, 60% de carboidratos, 10% de proteínas e 30% de gorduras. Uma nutricionista, para melhorar a visualização dessas porcentagens, quer dispor esses dados em um polígono. Ela pode fazer isso em um triângulo equilátero, um losango, um pentágono regular, um hexágono regular ou um octógono regular, desde que o polígono seja dividido em regiões cujas áreas sejam proporcionais às porcentagens mencionadas. Ela desenhou as seguintes figuras:

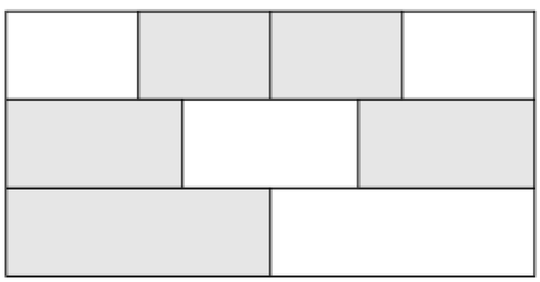


Entre esses polígonos, o único que satisfaz as condições necessárias para representar a ingestão correta de diferentes tipos de alimentos é o:

a) Triângulo
b) Losango
c) Pentágono
d) Hexágono
e) Octógono.

Solução: Alternativa C, pentágono dividido em 10 triângulos: 6 para carboidratos (60%), 3 para gorduras (30%) e 1 para proteínas (10%).

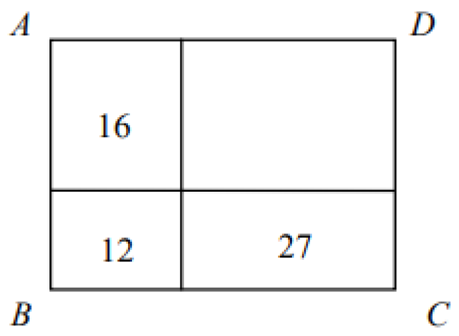
13. A figura representa um retângulo dividido em três faixas de mesma largura. Cada uma das faixas está dividida em partes iguais: uma em quatro partes, outra em três e a terceira em duas. Qual fração corresponde a parte sombreada?



Possível solução:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{4}=\frac{4}{9}$$

14- (OBMEP 1999 - adaptada) Um retângulo ABCD está dividido em quatro retângulos menores. As áreas de três deles estão na figura abaixo. Qual é a área do retângulo ABCD?



Possível solução: Encontrar a área desconhecida por proporcionalidade:

$$\frac{16}{12}=\frac{x}{27}$$

Somando todas as áreas: $\mathbf{12+16+27+36=91}$
Portanto, a área total do retângulo ABCD é 91 unidades de área.

Parte 4 - Jogo para finalizar a aula (30 minutos)

Em trios os alunos receberam cartas com polígonos diferentes e devem pegar 3 em seguida um jogador escolhe uma regra que precisa ser uma característica de polígonos e cada jogador mostra uma carta que eles acreditam melhor se enquadrar na regra, exemplo:

"menor quantidade de lados"

Se um jogador jogar um quadrado, outra um hexágono e outro um octógono, ganha o jogador que jogou o quadrado. Vence o que fizer mais pontos.

Referências bibliográficas

ESCOLA EDUCAÇÃO. *Soma dos ângulos internos e externos de um polígono convexo*. Disponível em: https://escolaeducacao.com.br/soma-dos-angulos-internos-e-externos-de-um-poligono-convexo/. Acesso em: 28 maio 2025.

GAY, Maria Regina Garcia (Org.). *Araribá Conecta: Matemática – Manual do Professor: 8º ano do Ensino Fundamental*. São Paulo: Moderna, 2022.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. *Matemática e realidade: 9º ano*. 10. ed. São Paulo: Saraiva Educação, 2022.

MODERNA. *SuperAção! Matemática: 8º ano: manual do professor*. São Paulo: Moderna, 2022.

MODERNA. *SuperAção! Matemática: 8º ano: manual do professor*. São Paulo: Moderna, 2022. Ilustrações: Jacqueline Madio. p. 199–200.

NOVA ESCOLA. *Geometria: combinando polígonos para formar novos polígonos*. Disponível em: https://novaescola.org.br/plano-de-aula/15/geometria-combinando-poligonos-para-formar-novos-poligonos. Acesso em: 28 maio 2025.

OLIVEIRA, Carlos N. C. de; FUGITA, Felipe. *Geração alpha matemática: 8º ano: ensino fundamental: anos finais*. 4. ed. São Paulo: Edições SM, 2022.

4.2 Relatório

A aula foi ministrada no dia 31 de maio de 2025, das 8h às 11h40, com o objetivo principal de trabalhar os conteúdos sobre polígonos e problemas geométricos. Estiveram presentes 26 alunos. Apesar desse número, a sala parecia vazia em comparação com os demais dias, quando costumamos ter quase 40 alunos.

O início da aula foi as 8h10, no intuito de esperar mais alunos, mas era esperado poucos alunos neste dia porque estava muito frio. Foi entregue papeis com formatos de quadrados e triângulos, com os slides pedimos para formar as figuras de acordo com a quantidade de triângulos. Os estagiários demonstraram como poderia formar as figuras de acordo com a pontuação de cada ação, mas antes de cada realização de figuras os estagiários passaram nas carteiras para ver se precisavam de ajuda, alguns estudantes perguntavam se a figura estava correta porque não sabia se a figura era um polígono ou não, assim conseguimos explicar na carteira para algumas o que seria um polígono.

Após a realização da atividade, os estagiários perguntaram se alguém havia resolvido de maneira diferente. Dois estudantes se manifestaram e apresentaram suas estratégias, compartilhando suas ideias com a turma.

Antes do início da aula, os estagiários já haviam desenhado um polígono em formato de triângulo no quadro, com o objetivo de utilizar o desenho para explicar algumas definições relacionadas aos triângulos. Com essa explicação, foi finalizada a introdução ao conteúdo de polígonos.

Após a dinâmica, os estagiários iniciaram a explicação do conteúdo, apresentando alguns exemplos para que os alunos pudessem comentar. Foi perguntado a eles quais das figuras mostradas seriam consideradas polígonos, e a maioria respondeu corretamente que apenas as figuras com formatos geométricos circulares ou curvas não se enquadravam como polígonos.

Após a explicação, os estagiários distribuíram a lista de exercícios, que continha as atividades previstas no plano de aula. No entanto, uma observação importante foi que poderia ter sido mais eficiente incluir as fórmulas diretamente na lista, pois, ao solicitar a resolução de um exercício sobre área, foi necessário aguardar os alunos copiarem a fórmula antes de iniciarem a atividade.

Foi observado, uma dúvida dos alunos sobre diagonais, pois tinha no exercício quatro, “Em um retângulo qualquer, as diagonais são congruentes.” neste momento os estagiários demonstraram o que era uma diagonal, pois já havia sido explicado com as lâminas o que era. Em outro exercício, foi solicitado que calculassem o perímetro de um retângulo, mas não havíamos explicado o conceito de perímetro, partindo do pressuposto de que já conheciam a diferença entre área e perímetro. E, de fato, nenhum aluno demonstrou dúvida sobre esse conteúdo.

Para a finalização da aula os estagiários um jogo que montamos, a princípio eles não entenderam muito bem como se jogava, e foi mostrado uma demonstração de como jogar utilizando regras que definimos na hora. Foi pedido para eles separem em grupos e distribuímos as cartas, os primeiros alunos que completassem cinco pontos, ganharia um bombom. Os estagiários passaram em cada carteira para verificar se tinham alguma dificuldade ou dúvidas e alguns alunos até perguntou se poderia utilizar a concavidade como regra e falamos que sim, e que poderia ser de acordo com a regra que eles quisessem.

~~1.1.1~~ A aula foi produtiva, mesmo o dia estando frio os alunos participaram, não é uma turma apática pois sempre que tem dúvida da explicação ou dos exercícios eles perguntam. No encerramento da aula foram mais participativos pois queriam ganhar o jogo para poder ganhar um bombom.

5 Encontro 5 – 07/06/2025

5.1 Plano de Aula

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio e ingressantes do ensino superior.

Conteúdos: Triângulo

Objetivo geral: Aprofundar o conhecimento sobre triângulos, suas propriedades e aplicações em problemas geométricos.

Objetivos específicos:

- Classificar triângulos quanto aos lados e ângulos;

- Compreender e aplicar a condição de existência de um triângulo;
- Utilizar o Teorema de Pitágoras e o Teorema de Tales em problemas envolvendo triângulos;
- Identificar triângulos semelhantes e suas aplicações práticas;
- Resolver problemas com triângulos em contextos reais (mapas, construções etc.);

Recursos didáticos:

Notebook, lâminas, projetor, quadro, giz, atividades impressas.

Tempo de execução:

Encontro de quatro aulas. Intervalo 9h40 às 10h

Encaminhamento metodológico

Dinâmica introdutória (15 minutos)

Começaremos a aula entregaremos a eles uma folha com vários formatos de triângulos para recortarem, com isso pediremos para identificarem os triângulos e se eles conseguem classificá-los.

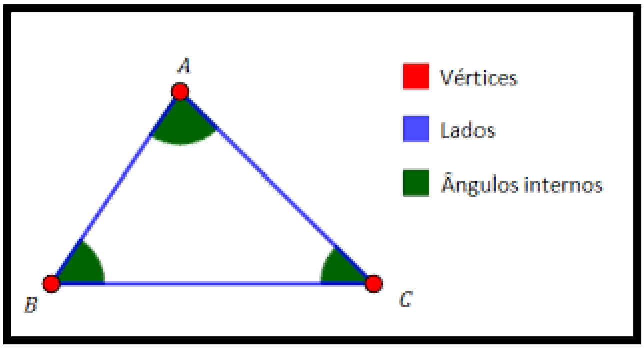
Definição e classificação de triângulos (65 minutos)

Após, explicaremos a definição do triângulo:

Definição: Os triângulos são polígonos regulares, construídos a partir de três segmentos de reta, que formam três ângulos internos. Esses ângulos somam 180º. Em qualquer triângulo, cada lado é menor que a soma dos outros dois.

Para ser considerada um triângulo, o desenho geométrico deve ter exatamente três vértices, que se formam pelo encontro entre os segmentos de reta. (Quando falamos em triângulos citamos que eles contêm, vértices, segmentos e ângulos anteriormente, mas vamos defini-los na imagem a seguir)

Figura 13: Triângulo



Fonte: Os autores (2025)

Veja que vértice são os pontos e escrevemos com letra maiúscula neste caso é A, B e C. Os lados são os segmentos, temos os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$, e os ângulos internos, neste caso são Â B e C.

Com esta definição podemos classificar os triângulos como:

- Triângulo retângulo: é um triangulo que possui um ângulo reto, ou seja, um angulo seja igual 90°.
- Triângulo acutângulo: são triângulos que possui todos os ângulos internos agudos, ou seja, o angulo é menor que 90°.
- Triângulo obtusângulo: é um triângulo que possui um ângulo interno obtuso, ou seja, é maior que 90°.

Ainda com as lâminas explicaremos brevemente sobre outras definições como:

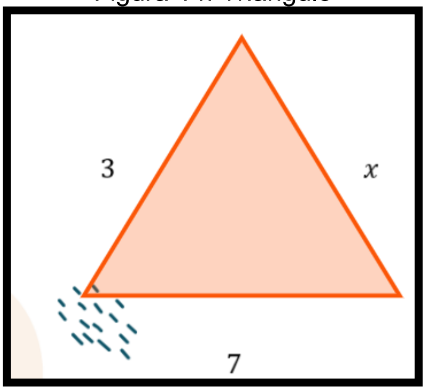
- Triângulos equilátero: é um triângulo que possui todos os lados com medidas iguais, assim temos a = b = c.
- Triângulos isósceles: possui dois lados com medidas iguais, assim temos a = b, e c diferente a e b.
- Triângulo escaleno: possui três lados com medidas diferentes, temos a diferente de b e diferente de c.

Com a explicação dos triângulos, a soma de dois lados precisa ser maior que os terceiro lado, pois não seria possível ter um triângulo.

Demonstraremos um exemplo:

Qual um possível valor de x para que tenhamos um triângulo?

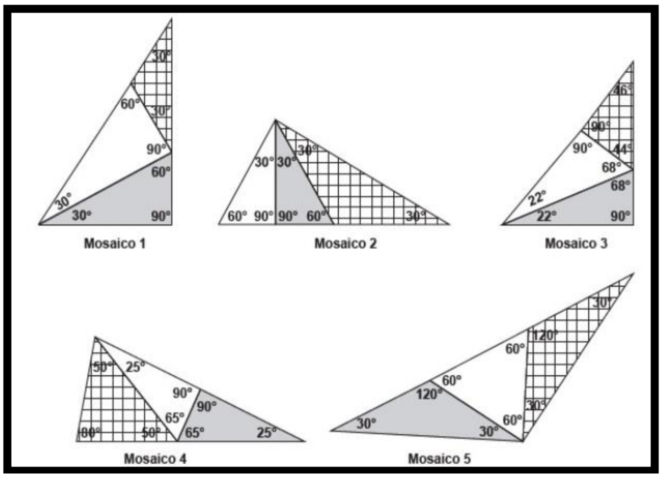
Figura 14: Triângulo



Fonte: Os autores (2025)

Após isso vamos retomar a primeira atividade do qual os triângulos foram recortados e pediremos para que eles possam classificar de acordo com a explicação, e vamos aplicar alguns exercícios para ser resolvidos em sala de aula.

Exercício 1. (Enem 2016) Pretende-se construir um mosaico com o formato de um triângulo retângulo, dispondo-se de três peças, sendo duas delas triângulos retângulos congruentes e a terceira um triângulo isóscele. A figura apresenta cinco mosaicos formados por três peças.



Na figura, o mosaico que tem as características daquele que se pretende construir é o

Possível resolução:

O mosaico do qual atende aos critérios é o mosaico 2 pois:

Contém dois triângulos de 30°, 60°, 90° (congruentes).
O terceiro triângulo tem dois ângulos de 60°, ou seja, é isóscele.
Dois triângulos retângulos congruentes.
Um triângulo isóscele.
Forma final é um triângulo retângulo.

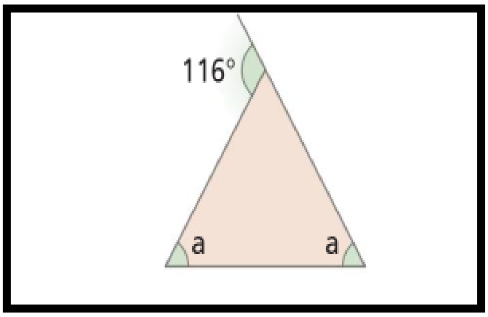
Após explicaremos que o triângulo possui altura e uma base e vamos definir da seguinte forma:

Altura é um segmento de reta perpendicular a um dos lados do triângulo (a base), que liga o vértice oposto a esse lado ao ponto onde a perpendicular intersecta o lado.

Base é um dos lados do triângulo que é escolhido como base para o cálculo da altura. Em alguns casos, a base pode ser considerada como a largura do triângulo, especialmente quando se fala em formas retangulares ou que parecem retangulares.

Ainda com os slides explicaremos que um ângulo raso é definido como um ângulo que mede exatamente 180 graus. Ele é formado por duas semirretas opostas que, juntas, formam uma linha reta.

Exercício 2. Calcule a medida a, x e y indicada nos triângulos a seguir.



Possível resolução:

Como o ângulo 116° é suplementar pois, quando somado com o ângulo interno do triangulo, forma o ângulo de 180°.

Assim temos:

$$\Delta = 180 - 116$$

$$\Delta = 64$$

Agora os ângulos internos de um triângulo é 180° e temos dois ângulos iguais temos:

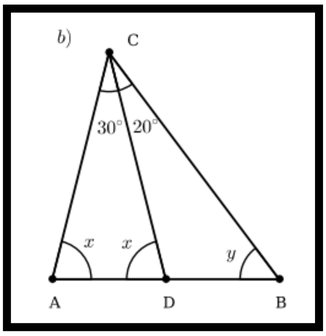
$$2a + 64 = 180$$

$$2a = 180 - 64$$

$$2a = 116$$

$$\frac{2a}{2} = \frac{116}{2}$$

$$a = 58$$



$$temos:$$

$$2x + 30 = 180$$

$$2x = 180 - 30$$

$$2x = 150$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{150}{2}$$

$$x = 75$$

e

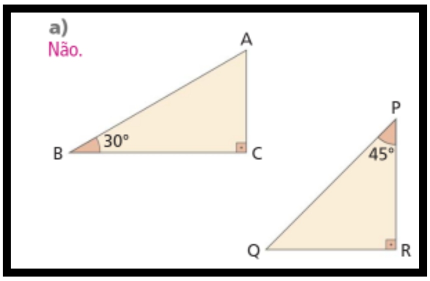
$$como\ x = 75\ temos:$$

o ângulo suplementar de x é de 105°

$$temos:\ y + 20 + 105 = 180$$

$$y = 55$$

Exercício 3. Em cada item, decida se os pares de triângulos representados são ou não semelhantes, de acordo com as identificações na figura.



Possível resolução:

Não são semelhantes

Pois os ângulos internos precisam formar 180°

Veja:

No triângulo ΔABC

Temos:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$$

$$\hat{A} + 30 + 90 = 180°$$

$$\hat{A} + 120 = 180°$$

$$\hat{A} = 180 - 120$$

$$\hat{A} = 60$$

E o triângulo ΔPQR

Temos:

$$\hat{P} + \hat{Q} + \hat{R} = 180°$$

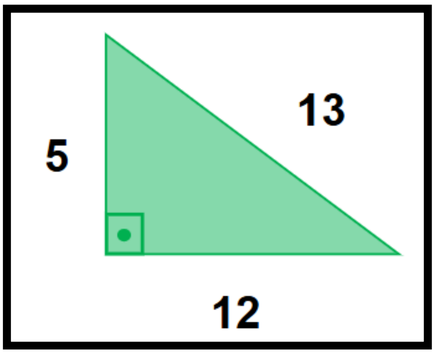
$$45 + \hat{Q} + 90 = 180°$$

$$\hat{Q} = 180 - 135$$

$$\hat{Q} = 45°$$

O perímetro do triângulo a seguir é igual a 61 cm. A área desse terreno mede:

Exercício 4. Um triângulo apresenta os lados com medidas 5 cm, 12cm e 13 cm. Como saber se é um triângulo retângulo?



Possível resolução:

Como a hipotenusa é a soma dos catetos ao quadrado temos:

$$13^2 = 12^2 + 5^2$$

$$169 = 144 + 25$$

$$169 = 169$$

O triângulo é retângulo pois satisfaz o Teorema de Pitágoras.

Definição do Teorema de Pitágoras (50 minutos)

Após iniciaremos a explicação de semelhanças de triângulos e a definições do Teorema de Pitágoras.

Definição: “Em um triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.”

A= Hipotenusa

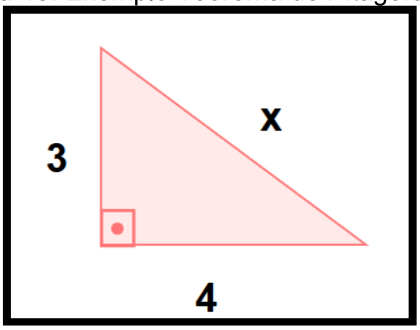
B = Cateto

C = Cateto

Explicaremos por meio de um exemplo:

1) Se um triângulo retângulo apresenta 3 cm e 4 cm como medidas dos catetos, qual a hipotenusa desse triângulo, veja a figura 16?

Figura 15: Exemplo Teorema de Pitágoras (1)



Fonte: Os autores (2025)

Resolução:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$x^2 = 3^2 + 4^2$$

$$x^2 = 9 + 16$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \sqrt{25}$$

$$x = 5\ cm$$

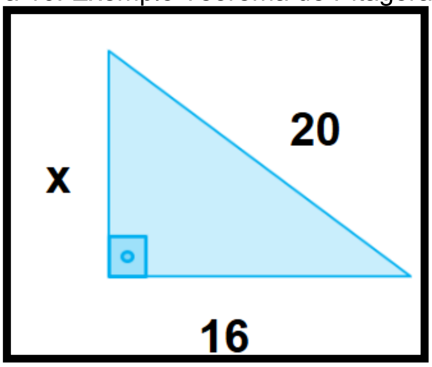
$$a = \ hipotenusa$$

$$b\ e\ c = \ catetos$$

Daremos outro exemplo:

2) Se um triângulo retângulo apresenta hipotenusa igual a 20 cm e um cateto igual a 16 cm, quanto mede o outro cateto, veja a figura 17?

Figura 16: Exemplo Teorema de Pitágoras (2)



Fonte: Os autores (2025)

Resolução:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$20^2 = x^2 + 16^2$$

$$x^2 = 20^2 - 16^2$$

$$x^2 = 400 - 256$$

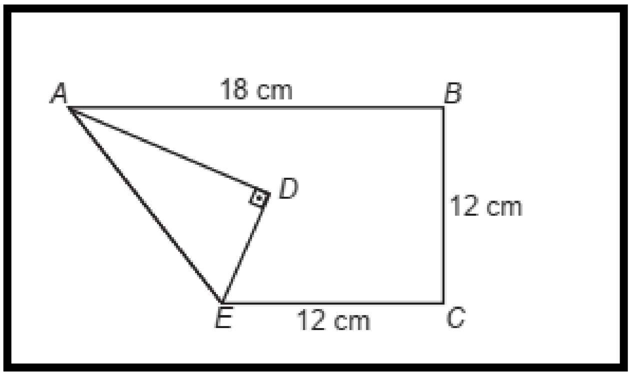
$$x^2 = 144$$

$$x = \sqrt{144}$$

$$x = 12\ cm$$

Com os exemplos daremos os exercícios 5 e 6 para fazerem na sala de aula.

Exercício 5. (Enem 2019) Uma jovem resolveu construir um cisne usando a técnica do *origami*, utilizando uma folha de papel de 18 cm por 12 cm. Assim, começou por dobrar a folha conforme a figura.



Possível resolução:

Como sabemos algumas medidas e o ΔADE é um triangulo retângulo, podemos utilizar o Teorema de Pitágoras, assim temos:

$$AE^2 = ED^2 + AD^2$$

$$x^2 = 6^2 + 12^2$$

$$x^2 = 36 + 144$$

$$x^2 = 180$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{180}$$

$$x = \sqrt{180}$$

simplificando

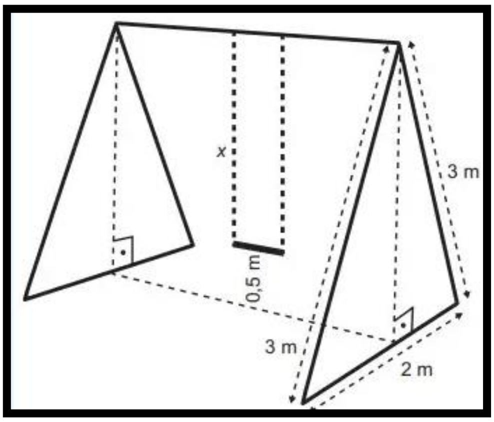
$$x = \sqrt{3^2 \times 2^2 \times 5}$$

$$x = 3 \times 2\sqrt{5}$$

Então temos:

$$x = 6\sqrt{5}$$

Exercício 6. (ENEM PPL 2021 adaptada) Um brinquedo muito comum em parques de diversões é o balanço. O assento de um balanço fica a uma altura de meio metro do chão, quando não está em uso. Cada uma das correntes que o sustenta tem medida do comprimento, em metro, indicada por x. A estrutura do balanço é feita com barras de ferro, nas dimensões, em metro, conforme a figura.



Nessas condições, o valor, em metro, de x é igual a

Possível resolução:

$$3^2 = 1^2 + h^2$$
$$9 = 1 + h^2$$
$$h^2 = 9 - 1$$
$$h^2 = 8$$
$$\sqrt{h^2} = \sqrt{8}$$
$$h = \sqrt{4} \cdot 2$$
$$\boldsymbol{h = 2\sqrt{2}}$$
$$\textit{Calculando a medida de } \boldsymbol{x}, \textit{temos}:$$
$$x = 2\sqrt{2} - 0{,}5$$
$$\boldsymbol{x = \sqrt{8} - 5}$$

Atividade caça-palavras (30 minutos)

Os alunos receberão uma grade de caça-palavras com termos relacionados aos triângulos. Eles deverão encontrar e circular todas as palavras escondidas. No verso da atividade, haverá frases incompletas que deverão ser completadas utilizando as palavras encontradas no caça-palavras.

CAÇA - PALAVRAS

F	A	R	O	B	T	U	S	A	N	G	U	L	O	L
E	T	O	D	P	S	U	I	T	A	G	R	M	S	E
P	L	W	A	O	L	U	G	N	A	T	E	R	E	N
O	C	I	E	X	F	G	N	T	H	E	Y	R	L	U
E	G	T	S	A	R	O	G	A	T	I	P	A	E	P
Q	T	C	N	M	E	G	L	P	R	A	T	S	C	X
U	I	N	C	A	T	E	T	O	C	K	C	U	S	S
I	G	D	A	T	R	A	F	E	M	A	S	N	O	I
L	A	K	E	H	N	S	F	V	L	R	B	E	S	O
A	G	E	T	U	L	W	R	E	S	L	P	T	I	C
T	I	O	N	T	R	E	N	H	B	O	K	O	F	A
E	E	S	L	O	R	O	M	I	Y	S	N	P	T	C
R	M	P	A	U	E	D	S	E	T	A	U	I	L	O
O	V	I	E	Y	N	A	F	I	S	T	R	H	L	C
A	C	U	T	A	N	G	U	L	O	E	H	W	D	A

Fonte: Os autores (2025)

COMPLETE AS FRASES
Com as palavras encontradas

1-Um triângulo _______________ possui os três lados com as mesmas medidas.

2-Um triângulo _______________ possui dois lados com a mesma medida.

3-Um triângulo _______________ possui os três lados com medidas diferentes.

4-Um triângulo _____________ possui todos os ângulos menores que 90 graus.

5-Um triângulo _____________ possui um dos ângulos maior que 90 graus.

6-De acordo com o Teorema de _____________, em um triângulo ___________, o quadrado da ____________ é igual à soma dos quadrados dos___________.

7-Para um triângulo ser ___________ à outro é necessario que seus angulos internos sejam congruentes.

Fonte: Os autores (2025)

Após a resolução do caça-palavras passaremos algumas atividades referente a área para poderem resolverem em sala de aula. (40 minutos)

Exercício 7. Em terreno com formato de um triângulo retângulo com catetos de 12 metros e 15 metros, foi colocado um tablado quadrado com lados de 3 metros. O restante da área foi todo gramado. Nessas condições, a área gramada desse terreno mede:

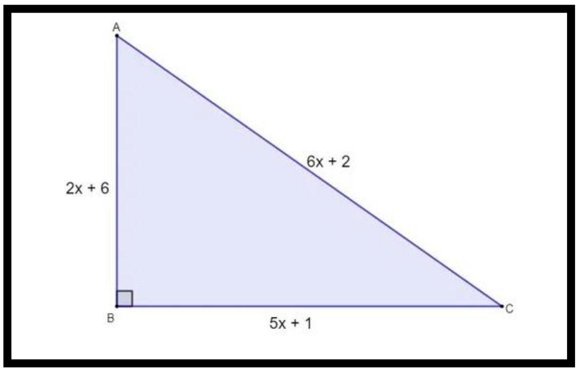
$$\acute{A}rea\ do\ terreno:\ \frac{12 \times 15}{2} = \frac{180}{2} = 90m^2$$

$$\acute{A}rea\ do\ tablado: 3 \times 3 = 9m^2$$

Precisamos da área de quadrado, temos:

$$\acute{A}rea\ do\ gramado:\ 90 - 9 = 81m^2$$

Exercício 8. O perímetro do triângulo a seguir é igual a 61 cm. A área desse terreno mede:



Possível resolução:

$$2x + 6 + 5x + 1 + 6x + 2 = 61$$

$$13x + 9 = 61$$

$$13x = 61 - 9$$

$$13x = 52$$

$$\frac{13x}{13} = \frac{52}{13}$$

$$x = 4$$

Agora temos o valor de x e podemos substituir nas equações

$$\overline{AB} = 14 \quad \overline{BC} = 26 \quad \overline{AC} = 26$$

Agora temos:

$$\overline{AC} = \overline{BC}$$

O ponto médio é de $\overline{AB} = 7$

E como a área de triângulo é $A = b \times h$ neste caso pelo ponto médio

$$A = 91m^2$$

A área deste triângulo é de $182m^2$

Exercício 9. Qual é o comprimento da base de um triângulo que tem uma área de $84\ m^2$ e uma altura de 21m?

Possível resolução:

$$Área = \frac{base \cdot altura}{2}$$

$$84 = \frac{base \cdot 21}{2}$$

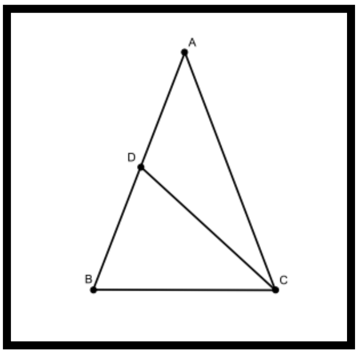
$$168 = base \cdot 21$$

$$8 = base$$

Adicionamos alguns exercícios a mais para aprofundamento do conteúdo.

Exercícios de aprofundamento:

1. Na figura, o triângulo ▲ABC é isósceles de base BC e o ângulo ∠BAC mede 30º. O triângulo ▲BCD é isóscele de base BD. Determine a medida do ângulo ∠DCA.



Possível resolução:

$$A\ medida\ do\ \text{ângulo}\ DCA\ \text{é}\ 45°.$$

$$Se\ ABC\ \text{é}\ isósceles\ com\ base\ BC, então\ os\ \text{ângulos}\ ABC\ e\ BCA\ são\ iguais.$$

$$A\ soma\ dos\ \text{ângulos}\ deste\ triângulo\ deve\ ser\ de\ 180°, logo:$$

$$180° = 30° + ABC + BCA$$

$$150° = 2. ABC$$

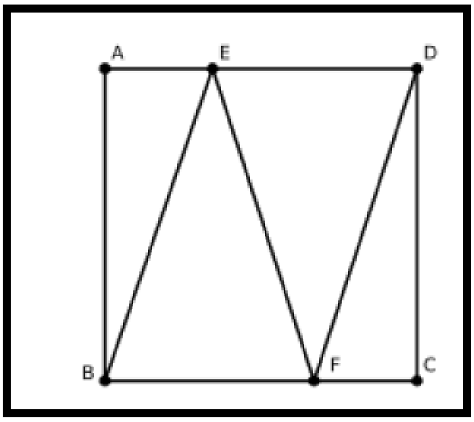
$$ABC = BCA = 75°$$

$$Da\ mesma\ forma, temos\ que\ o\ triângulo\ BCD\ \text{é}\ isósceles\ de\ base\ DB, então\ os\ \text{ângulos}\ BDC\ e\ D$$

$$180° = DBC + BDC + BCD$$

$$180° = 75° + 75° + (75° - DCA)$$
$$180° - 225° = -DCA$$
$$DCA = 45°$$

2. Os pontos E e F estão nos lados AD e BC, respetivamente, do quadrado ABCD. Sabendo que BE = EF = FD = 30, encontre a área do quadrado.



Possível resolução:

Se BE = EF = FB = 30, então $\triangle ABF$ e $\triangle EFD$ são isósceles.

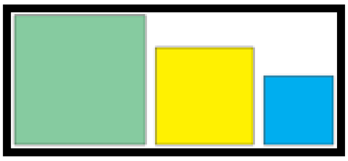
Sendo ℓ, o lado do quadrado$x = AE$, temos que $BF = \ell - x$.

Também fica fácil perceber que$\frac{\ell - x}{2} = x \Leftrightarrow \ell = 3x$.

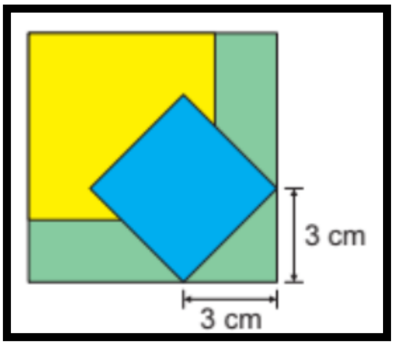
No $\triangle BAE$, aplicando o teorema de Pitágoras:

$$(BE)^2 = (AE)^2 + (BA)^2$$
$$30^2 = x^2 + \ell^2$$
$$900 = x^2 + (3x)^2$$
$$90 = x^2$$
$$3x = \ell$$
$$9x^2 = \ell^2$$
$$9 \cdot 90 = \ell^2$$
$$810 = \ell^2$$

3. (OBMEP/2018-F2-N2-P3) Janaína tem três folhas de papel quadradas: uma verde de área 64 cm², uma amarela de área 36 cm² e uma azul de área 18 cm².



Janaína decidiu colocar as folhas como na figura abaixo. Qual é a área da região amarela?



Possível resolução:

Dimensões das folhas

verde: $8 \, x \, 8 \ = \ 64 \ cm^2$

amarela: $6 \, x \, 6 \ = \ 36 \ cm^2$

Então, a distância entre os lados inferiores e entre as laterais do lado direito dessas duas folhas é $8 \ - \ 6 \ = \ \mathbf{2 \ cm}$.

Como a distância do vértice da folha azul ao vértice inferior esquerdo da folha verde é de $3 \ cm$, a distância entre a diagonal vertical da folha azul e o lado direito da folha amarela é $\mathbf{1 \ cm}$ $(3 \ - \ 2)$.

Assim, podemos **quadricular a figura** como feito ao lado e contar quantos quadradinho 1 x 1 formam a região amarela.

Contamos 25 quadradinhos e meio.

Logo, a área é: $25\,x\,1\;+\;0{,}5\;=\;\mathbf{25{,}5\;cm^2}$.

Referências bibliográficas

BARROSO, Juliane Matsubara (org.). *Projeto Araribá: matemática*. São Paulo: Moderna, 2006. Obra em 4 v. para alunos de 5ª a 8ª séries.

ESTRATÉGIA VESTIBULARES. Triângulos – Matemática. Disponível em: https://vestibulares.estrategia.com/portal/materias/matematica/triangulos/. Acesso em: 4 jun. 2025.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. *A conquista da matemática*. Ed. renovada. São Paulo: FTD, 2009. (Coleção a conquista da matemática).

PORTAL DA OBMEP. Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/. Acesso em: 4 jun. 2025.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patricia Rosana Moreno. *Vontade de saber matemática*. 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.

5.2 Relatório

A aula foi ministrada no dia 07 de junho de 2025, das 8h às 11h40, teve como objetivo principal ensinar os conteúdos relacionados a triângulos e problemas geométricos, e estiveram presentes 23 alunos. Teve início às 8h10, para poder aguardar alguns estudantes pois avisaram no *WhatsApp* que iriam chegar alguns minutos atrasados.

Começamos entregando uma imagem com vários triângulos e pedimos para que recortassem, os estagiários solicitaram para os alunos separarem as figuras conforme eles quisessem. Depois de algum tempo, foi perguntado aos alunos de qual forma eles separaram os triângulos. Alguns disseram pelo tamanho, outros pelo formato, também pela cor e teve alguns que separaram pelo formato e tamanho. Foi definido então, que a aula seria sobre triângulos e explicamos o intuito da dinâmica, que era mostrar que existem diferentes tipos de triângulos, e que eles podem ser classificados de diversas maneiras.

Com a ajuda das lâminas, os estagiários explicaram a definição de triângulo. Explicamos os diferentes tipos de triângulos e, em seguida, pedimos que os alunos pegassem os modelos que haviam separado anteriormente para identificar a qual classificação pertenciam: isósceles, escaleno ou equilátero.

Também abordamos os triângulos acutângulo, obtusângulo e retângulo, explicando as características de cada um. Em seguida os estagiários entregaram a lista de exercícios e pediram para os estudantes resolverem os exercícios que mostrava os tipos de triângulos para fixar o que já tinham aprendido.

Na primeira questão houve divergência nas respostas dos alunos. Quando um dos estagiários perguntou quais alternativas haviam marcado, alguns indicaram a opção um e outros a dois. Durante a correção, apontamos a alternativa dois como correta. No entanto, uma estudante questionou por que a alternativa um estaria errada. Na hora, ficamos em dúvida, mas ao final da aula verificamos com mais calma em casa e confirmamos que realmente havia apenas uma alternativa correta. Posteriormente, esclarecemos a dúvida da aluna pelo *WhatsApp*.

Depois da correção explicamos a semelhança de triângulos e o Teorema de Tales, assim pedimos para realizar as questões dois e três. Após, pedimos para dois alunos resolverem no quadro os exercícios e com a resolução dos alunos pedimos para eles explicarem como fizeram. Depois, explicamos como eles tinham resolvido.

Como tínhamos passado as definições passamos um material impresso com um caça-palavras com um complete e esperamos eles resolverem, após os alunos foram para o intervalo.

Retornando na sala, pedimos para os estudantes falarem se tinham conseguido achar todas as palavras da atividade, e a maioria sim, depois os estagiários mostraram onde estava as palavras e em seguida corrigiu o complete com os alunos, depois um dos estagiários começou explicar o Teorema de Pitágoras e ele pediu para os alunos se juntarem em até quatro alunos, logo entregamos o quebra-cabeça de Pitágoras para resolverem, e a maioria conseguiu entender o conceito de cateto e hipotenusa, com isso foi explicado dois exemplos e pedimos para eles resolverem os exercícios quatro, cinco e seis.

Então, explicamos como calcular a área de um triângulo, e alguém pediu porque a divisão de dois, e um dos estagiários pediu se alguém saberia e ninguém falou nada, então o estagiário mostrou, quando calculamos a área de um quadrado basta apenas fazer lado vezes lado e se traçarmos uma diagonal então temos dois triângulos, com isso mostrou a fórmula da área de um triângulo.

Com a finalização da explicação passamos, para os alunos resolverem os exercícios sete, oito e nove, finalizando a aula pedimos para alguns dos alunos resolverem no quadro.

A aula teve como objetivo demonstrar alguns conceitos que os alunos já tinham estudado de forma lúdica, demonstrando lugares que podemos aplicar e estudar, e durante a aula puderam aplicar o conhecimento em contexto reais, explorando os conteúdos estudados. Além de um acompanhamento diferenciado pelos estagiários, passando de carteira em carteira, desta forma teve a participação ativa e a troca de ideias entre todos.

6 Encontro 6 – 14/06/2025

6.1 Plano de Aula

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio e ingressantes do ensino superior.

Conteúdos: Geometria Espacial.

Objetivo geral: Compreender os elementos fundamentais dos sólidos geométricos e a Relação de Euler, analisando a estrutura das figuras espaciais e aplicando essa relação na identificação e resolução de problemas envolvendo vértices, arestas e faces em diferentes contextos.

Objetivos específicos:

- Identificar os elementos dos sólidos geométricos (vértices, arestas e faces) em representações gráficas e objetos do cotidiano;
- Reconhecer e nomear poliedros, distinguindo-os de outros sólidos geométricos;
- Aplicar a Relação de Euler na verificação e análise da estrutura de diferentes poliedros;
- Resolver problemas que envolvam o cálculo de vértices, arestas ou faces, utilizando a Relação de Euler como ferramenta;

Tempo de execução:

Encontro de quatro aulas. Intervalo 9h40 às 10h

Recursos didáticos:

Notebook, lâminas, projetor, quadro, giz, atividades impressas, massinha e palito de churrasco.

Encaminhamento metodológico:

Parte 1 (20 minutos) – Definição de sólidos geométricos

Com auxílio das lâminas, iniciaremos a aula apresentaremos a definição de sólidos geométricos, que são figuras tridimensionais que ocupam espaço (têm comprimento, largura e altura). Existem vários tipos, como: Poliedros (faces planas) Corpos redondos (faces curvas).

Parte 2 (20 minutos) - Dinâmica introdutória

Dividiremos a sala em grupos e cada grupo receberá massinha de modelar e palitos. Eles deverão usar a massinha para representar os vértices e os palitos como arestas, construindo pelo menos três poliedros, como cubo, tetraedro e octaedro. Após a construção, os alunos vão contar o número de vértices, arestas e faces de cada poliedro e conforme explicaremos as definições os estudantes irão verificar se a relação de Euler (V + F = 2 + A) é válida. Por fim, cada grupo apresentará seus poliedros para a turma, explicando suas características.

Também definiremos os Sólidos geométricos do qual são objetos tridimensionais definidos no espaço. O conjunto de todos os sólidos geométricos está dividido em três grupos: poliedros, corpos redondos, e outros.

A seguir, o quadro 1 será preenchida durante a dinâmica.

Quadro 1: Relação de Euler

	Faces	Vértices	Soma das faces e vértices	Arestas	Observação
Pirâmide de base triangular					
Cubo					
Prisma pentagonal					
Icosaedro					

Fonte: Os autores (2025)

Parte 3 (20 minutos) - Definição dos conceitos, sólidos platônicos

Os sólidos platônicos. Segundo Platão, esses poliedros estão relacionados ao universo por meio de sua composição e de seus elementos. O tetraedro é o mais simples dos sólidos de Platão, sendo o poliedro regular com o menor número de faces. Ele representa o fogo e possui quatro faces triangulares equiláteras, quatro vértices e seis arestas. O cubo, também chamado de hexaedro, possui seis faces quadradas, doze arestas e oito vértices. Ele representa a terra. O octaedro é formado por oito faces triangulares equiláteras, doze arestas e seis vértices. Esse sólido representa o ar. O icosaedro possui vinte faces triangulares, trinta arestas e doze vértices, sendo associado à água. E o dodecaedro é considerado o mais harmonioso dos sólidos platônicos. Composto por doze faces pentagonais, trinta arestas e vinte vértices, ele representa o cosmo.

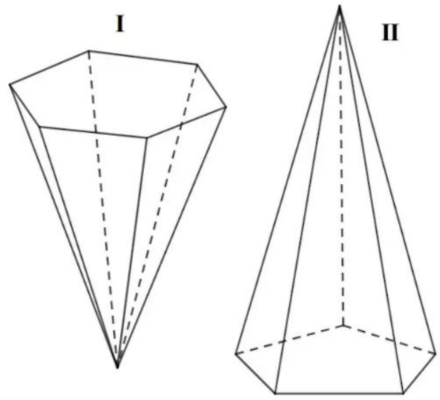
Parte 4 (30 min) – Relação de Euler

A partir da dinâmica realizada, esperamos que os alunos consigam identificar e compreender a relação de Euler por conta própria. Em seguida, promoveremos uma conversa coletiva para discutir e formalizar essa definição. Com o auxílio da lâmina mostraremos o que são faces, arestas e vértices. E então, estabeleceremos uma correlação entre o número de faces, arestas e vértices de um poliedro.

$$V + F = 2 + A$$

F representa o número de faces;
V representa o número de vértices;
A representa o número de arestas;

Exercício 1. Analisando as pirâmides a seguir, julgue as afirmativas:



i. As pirâmides I e II são, respetivamente, pirâmide de base hexagonal e pirâmide de base pentagonal.

ii. A pirâmide I possui 12 arestas, já a pirâmide II possui 10 arestas.

iii. A pirâmide I possui 6 vértices, já a pirâmide II possui 5 vértices.

Marque a alternativa correta:

a) V,V,V

b) V,F,V

c) F,F,V

d) V,V,F

e) F,F,F

Solução:

$$alternativa\ A$$

Exercício 2. O número de faces de um poliedro convexo que possui 34 arestas e a face é igual ao número de vértices. Quantas faces possui esse poliedro?

a) 18

b) 19

c) 20

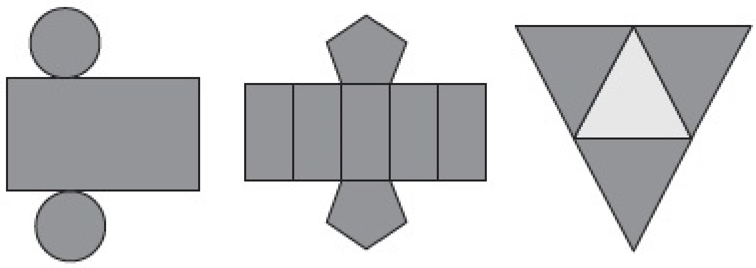
d) 34

e) 36

Possível solução:

$$V - A + F = 2$$
$$2F - 34 = 2$$
$$2F = 2 + 34$$
$$2F = 36$$
$$F = 18$$

Exercício 3. (Enem 2012 adaptado) Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

Possível solução:

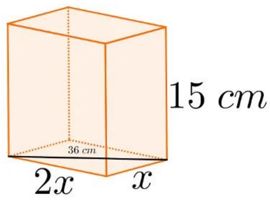
$$Cilindro$$
$$Prisma\ de\ base\ pentagonal$$
$$Piramide\ de\ base\ triangular\ (tetraedro)$$

Parte 5 (20 minutos) - Sólido geométrico que possui duas bases congruentes

Explicaremos que eles são formadas por polígonos e faces laterais por paralelogramos.

Em seguida, com as animações das lâminas sugerimos que eles pensem na seguinte situação: Uma torneira é ligada, e começa a cair água em um reservatório, área da base foi toda preenchida, o líquido vai subindo, e preenchendo o reservatório, até que todo o reservatório esteja preenchido, Área da base preenchida (Ab), Subindo, de forma que o líquido ganhe altura (h), o volume do prisma representa a quantidade de espaço que esse sólido geométrico ocupa é representado por: $\text{volume do prisma} = \text{Ab.h}$

Exercício 4. Um prisma de base retangular possui a base com as seguintes medidas: largura igual ao dobro do comprimento e diagonal igual a 36 cm. Sabendo que a altura desse prisma é de 15 cm, calcule seu volume.



Possível solução:

$$V = A_b \times h$$

$$vamos\ calcular\ a\ área\ da\ base, mas$$

$$primeiro\ precisamos\ calcular\ com\ o\ teorema\ de\ pitagora\ para\ encontrar\ as\ suas\ medidas$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$36^2 = (2x)^2 + x^2$$

$$(\sqrt{1296})^2 = (\sqrt{5x^2})^2$$

$$1296 = 5x^2$$

$$x^2 = \frac{1296}{5}$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{1296}{5}}$$

$$x = \frac{36}{\sqrt{5}}$$

$$x = \frac{36}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$x = \frac{36\sqrt{5}}{5}$$

$$sendo\ x = 2a\ temos:$$

$$x = 2 \times \frac{36\sqrt{5}}{5}$$

$$x = \frac{72\sqrt{5}}{5}$$

$$Agora\ podemos\ calcular\ a\ área\ da\ base$$

$$A_b = a \times b$$

$$A_{b=} \frac{36\sqrt{5}}{5} \times \frac{72\sqrt{5}}{5}$$

$$A_b = \frac{36 \times 72 \times 5}{25}$$

$$A_b = \frac{12960}{25}$$

$$A_b = 518,4cm^2$$

$$Assim\ podemos\ calcular\ o\ seu\ volume$$

$$V = A_b \times h$$

$$V = 518{,}4 \times 15$$

$$V = 7776cm^3$$

Parte 6 (40 minutos) – Prisma de bases diferentes

Explicaremos que como cada prisma tem uma base diferente, a fórmula para Ab (área da base) irá depender dessa base.

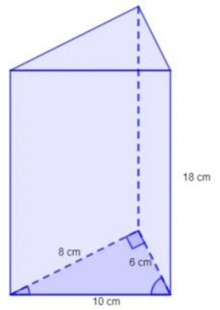
$$Prisma\ com\ base\ retangular: V = \frac{b\ .\ ht}{2}\ .h$$

$$Prisma\ com\ base\ quadrangular: V = l^2 . h$$

$$Prisma\ com\ base\ pentagonal: V = \frac{5la}{2}\ .h$$

$$Prisma\ com\ base\ hexagonal: V = \frac{3l^2\sqrt{3}}{2} . h.$$

Exercício 5. Um prisma de base triangular possui base no formato de um triângulo retângulo, com lados medindo $6\ cm$, $8\ cm$ e $10\ cm$ e altura igual a $18\ cm$. Qual a área total e o volume desse prisma?



Possível solução:

$$Para\ calcular\ o\ seu\ volume\ primeiro\ precisamos\ calcular\ a\ sua\ area\ da\ base$$

$$A_b = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_b = \frac{8 \times 6}{2}$$

$$A_b = \frac{48}{2}$$

$$A_b = 24cm^2$$

$$Agora\ vamos\ calcular\ o\ seu\ volume$$

$$V = A_b \times h$$

$$V = 24 \times 18$$

$$V = 432cm^3$$

$$Agora\ vamos\ calcular\ a\ área\ total$$

$$Precisamos\ da\ área\ lateral\ \ e\ área\ da\ base$$

$$como\ já\ temos\ a\ área\ da\ base\ precisamos\ apenas\ da\ área\ lateral$$

$$A_l\ é\ a\ soma\ da\ área\ das\ três\ faces\ retangulares\ do\ prisma$$

$$A_l = (6 \times 18) + (8 \times 18) + (10 \times 18) = 108 + 144 + 180$$

$$A_l = 432cm^2$$

$$Agora\ podemos\ calcular\ a\ área\ total$$

$$A_t = A_l + 2 \times A_b$$

$$A_t = 432 + 2 \times 24$$

$$A_t = 480cm^2$$

Exercício 6. Uma caixa de papelão será fabricada por uma indústria com as seguintes medidas: $40\,cm$ de comprimento, $20\,cm$ de largura e $15\,cm$ de altura. Essa caixa irá armazenar doces na forma de um prisma com as dimensões medindo $8\,cm$ de comprimento, $4\,cm$ de largura e $3\,cm$ de altura. Qual o número de doces necessários para o preenchimento total da caixa fabricada?

Possível solução:

$$Temos\ o\ comprimento\ a\ altura\ e\ a\ largura$$

$$Se\ calcularmos\ cada\ uma\ temos:$$

$$Comprimento\ \frac{40}{8} = 5$$

$$Largura\ \frac{20}{4} = 5$$

$$Altura\ \frac{15}{3} = 5$$

$$Assim\ temos:$$

$$Total\ de\ doces = 5 \times 5 \times 5$$

$$Total = 125\ doces$$

Para explicar cada um dos volumes vamos relembrar as áreas dos polígonos, que já foram explicados em aula anterior. Definiremos a apótema. Apótema da base: é o segmento que parte do centro do polígono da base até um de seus lados formando um ângulo de 90 graus.

Parte 7 (20 minutos) – Corpos redondos

Definiremos como sólidos geométricos que possuem superfícies curvas, também chamados de sólidos de revolução, por serem construídos a partir da rotação de uma figura plana.
Cilindro: Duas bases circulares de mesmo raio *(r)*, altura *(h)*, é a distância entre os dois planos paralelos que contêm as bases.
Cone: Altura *(h)*, é o segmento que sai do vértice e é perpendicular à base, vértice *(v)*, é o ponto V, onde concorrem todos os segmentos de reta. Uma base circular de mesmo raio *(r)*, geratriz *(g)*, é o segmento de reta que vai do vértice

do cone até a circunferência da base. Esfera: Distância entre o centro (o) da esfera e qualquer ponto da sua superfície *(r)*, Diâmetro *(d)* é o dobro do raio *(r)*.

Parte 6 (30 minutos) – Dinâmica Passa ou Repassa

Dividiremos a turma em dois grupos. Na frente da sala, haverá uma cortina cobrindo uma mesa. A dinâmica funcionará da seguinte forma: a cada rodada, um integrante de cada grupo irá até a frente, observará e tocará o sólido geométrico escondido sob a cortina (todos os integrantes do grupo deverão participar ao longo da atividade). Esse aluno poderá escolher entre dar uma dica valendo dois pontos ou duas dicas valendo um ponto. Caso o grupo não acerte qual é o sólido, o outro grupo poderá tentar responder, valendo três pontos.

Referências bibliográficas:

ÁTICA (Ed.). *Acerta Brasil em ação: Matemática: 9º ano: Ensino Fundamental*. 3. ed. São Paulo: Ática, 2022. Suplementado pelo manual do professor. ISBN 978-65-2670-088-4 (aluno). ISBN 978-65-2670-089-1 (professor).

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. *A conquista da matemática: 9º ano: Ensino Fundamental: anos finais*. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022.

NEUROCHISPAS. Volume do prisma retangular: fórmulas e exercícios. Disponível em: https://br.neurochispas.com/geometria/volume-do-prisma-retangular-formulas-e-exercicios/. Acesso em: 10 jun. 2025.

SETANI, Vítor. *Matemática: segundo grau: 175 exercícios resolvidos, 755 exercícios propostos, 105 questões de vestibular*. 2. ed. São Paulo: Ática, 1984.

SILVA, Raul Rodrigues da. Prisma. *Mundo Educação*. Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/prisma.htm. Acesso em: 10 jun. 2025.

6.2 Relatório

Na aula do dia 14 de junho de 2025, estiveram presentes 16 alunos. Assim que os estudantes chegaram, a sala já estava organizada em grupos de quatro pessoas, os estagiários explicaram a definição sobre sólidos geométricos, seguida de uma dinâmica prática, que consistiu na construção desses sólidos utilizando massinha de modelar e palitos, os alunos ficaram bem envolvidos e mostraram interesse.

A atividade ocorreu de forma satisfatória. Apesar de dois estudantes preferirem realizar a atividade individualmente, todos participaram ativamente. Os estagiários solicitaram que cada grupo construísse os sólidos tetraedro, cubo, octaedro e icosaedro. A confecção da construção do dodecaedro foi apresentada como opcional, em razão de seu nível de dificuldade. Essa proposta despertou o interesse dos alunos: um grupo conseguiu finalizar o dodecaedro com sucesso e outros dois grupos tentaram, mas não obtiveram êxito.

De modo geral, os estudantes trabalharam de forma colaborativa e demonstraram bastante envolvimento com a dinâmica, que teve duração aproximada de 40 minutos. Após a conclusão da atividade prática, os estagiários pediram que todos se levantassem para observar as construções realizadas pelos demais grupos. Em seguida, os estudantes preencheram uma tabela previamente disponibilizada, contendo os dados de número de arestas, vértices, faces e a soma de vértices+ faces.

A correção dos dados não foi feita imediatamente. Primeiramente, os estagiários apresentaram as definições e o contexto histórico dos sólidos platônicos. Para introduzir a relação de Euler, foi solicitado aos estudantes que analisassem as anotações da tabela e refletissem se percebiam alguma regularidade entre os valores registrados. Alguns estudantes demonstraram dificuldade em compreender o significado do termo “relação”, questionaram se era necessário realizar algum cálculo. Após orientações, compreenderam que a intenção era identificar um padrão e chegar a uma generalização.

Alguns alunos conseguiram perceber que, ao somar o número de vértices e de faces e subtrair o número de arestas, o resultado era sempre 2. Desta forma, os estagiários conduziram os estudantes à dedução da fórmula da relação de Euler. Em seguida, os exercícios um, dois e três foram propostos e resolvidos sem maiores dificuldades.

Na segunda parte da aula, foi iniciada a abordagem sobre volume de prismas. Os estagiários apresentaram a definição do conceito e utilizaram uma ilustração na lâmina para facilitar a compreensão.

A imagem simulava o enchimento de um tanque, onde inicialmente preenchia-se a base e, depois, o restante do reservatório, representando a altura. Essa visualização auxiliou os estudantes a compreenderem o raciocínio por trás do cálculo do volume de um prisma. Foi solicitado que resolvessem o exercício quatro. Logo no início da resolução, era necessário aplicar o Teorema de Pitágoras, conteúdo já trabalhado em aulas anteriores.

No entanto, muitos estudantes não conseguiram relacionar a atividade ao conteúdo e demonstraram dificuldade em perceber que a questão envolvia um triângulo retângulo.

Um dos estagiários realizou a resolução do exercício no quadro, explicando detalhadamente cada etapa. A partir dessa explicação, os estudantes reconheceram que sabiam aplicar o teorema, mas não haviam interpretado corretamente o enunciado. A aula prosseguiu com a explicação sobre o volume de prismas, destacando que o cálculo depende do formato da base. Como o conteúdo sobre polígonos já era familiar aos estudantes, essa parte foi compreendida com mais facilidade. Após as explicações, os estagiários propuseram os exercícios seis, sete e oito.

Entretanto, a maioria dos estudantes encontrou dificuldades para resolvê-los, não por desconhecimento da fórmula, mas pela dificuldade em interpretar corretamente os enunciados das situações-problema.

Em relação ao conteúdo de corpos redondos, foi feita apenas uma apresentação breve, com definição e alguns exemplos, em virtude da limitação de tempo, já que ainda havia uma última atividade a ser realizada.

De maneira geral, os estudantes demonstraram bastante engajamento no início da aula, especialmente durante a atividade com massinha, conseguindo identificar com facilidade conceitos como arestas, faces e vértices. No entanto ao longo da aula, o rendimento dos estudantes diminuiu, e poucos conseguiram resolver as atividades relacionadas ao cálculo de volume.

Ao final, foi realizada uma dinâmica em formato de competição entre os grupos A e B. Observou-se, porém, que essa estratégia, anteriormente eficaz, já não tem gerado os mesmos resultados. Como os estudantes criaram vínculos e afinidades entre si, a competição tem se tornado um fator prejudicial, pois muitos demonstraram foco exclusivo na vitória, em detrimento do aprendizado.

7 Encontro 7 – 21/06/2025

7.1 Plano de Aula

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio e ingressantes do ensino superior.
Conteúdos: Expressão algébrica.
Objetivo geral: Compreender, identificar e manipular expressões algébricas, reconhecendo sua importância na resolução de problemas matemáticos e na representação de situações do cotidiano.

Objetivos específicos:

- Reconhecer os elementos de uma expressão algébrica (termo, variável, coeficiente, constante, grau da expressão).
- Traduzir problemas e situações do cotidiano para expressões algébricas.
- Realizar operações com expressões algébricas (adição, subtração, multiplicação e potenciação).
- Aplicar propriedades algébricas (distributiva, comutativa e associativa) em diferentes contextos.

- Simplificar expressões algébricas e identificar expressões equivalentes.
- Resolver problemas envolvendo expressões algébricas, desenvolvendo o raciocínio lógico e a capacidade de generalização.

Recursos didáticos: Notebook, lâminas, projetor, quadro, giz, atividades impressas.

Tempo de execução: Encontro de quatro aulas. Intervalo 9h40 às 10h.

Encaminhamento metodológico:

Parte 1 (50 min) – Dinâmica introdutória

No início da aula, será realizada uma dinâmica com o objetivo de relacionar expressões algébricas a situações descritas em linguagem verbal. A sala será dividida em grupos de 4 pessoas, cada aluno receberá uma folha contendo duas listas: a primeira apresenta 10 expressões algébricas numeradas; a segunda traz 10 situações do cotidiano descritas em linguagem verbal, mas embaralhadas, com um parêntese vazio à frente de cada uma.

Os alunos deverão ler atentamente as situações e identificar qual número de expressão corresponde a cada uma, preenchendo o parêntese com o número adequado. Essa atividade tem como foco desenvolver a habilidade de interpretar expressões algébricas e compreender sua aplicação em contextos práticos.

Após a realização da atividade, a correção será feita de forma coletiva, com a participação dos alunos, promovendo a discussão sobre os significados de cada expressão e sua relação com as situações descritas.

Para concluir a dinâmica, cada grupo deverá criar uma situação verbal e uma nova expressão algébrica diferente, que serão trocadas entre os grupos para que os colegas tentem resolver. Essa etapa reforça o conteúdo trabalhado e estimula a criatividade e o raciocínio matemático.

A seguir, atividade que será entregue.

Expressões Algébricas:

1) $3p$
2) $x + 7$
3) $4x$
4) $x \div 2$
5) $12h$
6) $x - 9$
7) $2x + 5$
8) $m + 5$
9) $x \div 3$
10) $10 - x$

Situações (Linguagem Verbal):

1) ( ) João tem o triplo da idade de Pedro.
2) ( ) Um número subtraído de 10.
3) ( ) O dobro de um número somado com 5.
4) ( ) Um número dividido por 3.
5) ( ) Você ganha R$ 12 por hora.
6) ( ) Cada camiseta custa x reais. Se comprei 4, quanto paguei?
7) ( ) Um número somado com 7.
8) ( ) Um número menos 9.
9) ( ) A idade de Maria daqui a 5 anos.
10) ( ) Metade de um número.

Fonte: Os autores (2025)

Parte 2 (60 min) - Definição de expressões algébricas:

Iniciaremos a definição com auxílio das lâminas. Vamos explicar que as expressões nas quais aparecem letras e números são chamadas expressões algébricas.

As expressões são fundamentais para o desenvolvimento da matemática, principalmente quando falamos em álgebra, desde a resolução de problemas simples até situações mais complexas, as expressões são ferramentas essenciais, e são formadas por números variáveis e operações.

Expressões algébrica nos referimos a uma combinação de números e letras, (chamamos de variáveis), além dos sinais de subtração, adição, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. Elas podem variar, como uma simples operação até uma operação mais complexa.

O objetivo de estudarmos é compreender e entender como manipular essas variáveis e constantes para resolver o problema, como as equações e inequações. Quando falamos em equação estamos falando de uma sentença matemática que expressa uma igualdade e a inequação também é uma sentença matemática, mas expressa com uma desigualdade com um ou mais de uma variável.

Vamos definir dois tipos de expressões algébricas, os monômios e polinômio.

Monômio são expressões que contém apenas um termo. Esse termo é composto por um número (chamado de coeficiente) multiplicado por uma ou mais variáveis elevadas a potências inteiras não negativas. Os monômios podem ser negativos ou positivos depende do sinal deste monômio eles podem ter diferentes graus determinado pelo maior expoente da variável, veja no exemplo a seguir do qual é um monômio do segundo grau.

Exemplo:

$$4x^2$$

Neste caso o 4 é o coeficiente e x^2 é a váriavel elevado ao quadrado

Exercício:

1. Sejam os monômios $A = 4\,x^{2}\,a^3$ e $B = 3xa$. Determine:

a) $A \times B$

b) $\frac{A}{B}$

c) A^2

Possível solução:

a) $4\,x^2a^3 \times 3xa = 12x^3a^4$

b) $\frac{4\,x^2a^3}{3xa} = \frac{4}{3}xa^2$

c) $(4\,x^{2}\,a^3)^2$

Explicaremos que polinômios são expressões que contém dois ou mais de dois termos, que sejam monômios. Veja o exemplo a seguir.

Exemplo:

$$3x^2 + 5x - 2$$

É um polinômio do segundo grau, é formado por dois monômios

$3x^2$ somado com $5x$ e uma constante -2

2- Exercício: Se Pedro tem x anos, qual expressão determina o triplo da sua idade daqui a 6 anos?

a) $3x + 5$

b) $3(x + 6)$

c) $3x + 6x$

d) $3x \times 6$

Solução:

Alternativa b

a) 3x + 5 - triplo da idade atual mais 5 (não é o que foi pedido).

b) 3(x + 6) - triplo da idade daqui a 6 anos - correta.

c) 3x + 6x - soma de três vezes a idade atual com seis vezes a idade atual

d) 3x × 6 - três vezes a idade atual multiplicado por 6, ou seja, 18x.

Depois de corrigir os exercícios propostos no quadro, continuaremos com o conteúdo falando que o grau de um polinômio assim como o monômio depende do expoente de grau maior da sua variável, no caso do exemplo anterior ele é um polinômio de grau 2 ou seja do segundo grau. Veja a seguir um exemplo de grau 3.

$$4x^3 - 2x^2 + 5x - 9 = 0$$

Como o $4x^3$ é um monômio do maior grau desta expressão então ele é um polinômio de terceiro grau.

Após ter explicado os monômios e os polinômios vamos poder explicar o que é o valor numérico das expressões numéricas. Ele é obtido quando substituímos as variáveis por números específicos, assim podemos calcular o resultado das expressões, este processo é importante para resolver problemas e aplicar a expressão na prática. Essa manipulação é fundamental, pois permite transformar expressões algébricas em números reais facilitando a resolução do problema. Veja o exemplo a seguir.

Exemplo:

$$5x + 8 \; e \; x = 3$$

Agora podemos calcular o valor da expressão substituindo o valor de x por 3

$$5 \times 3 + 8 = 23$$

Portanto o valor numérico da expressão para $x = 8$ é 23

E podemos fazer a simplificação das expressões algébrica, do qual é uma habilidade para resolver problemas matemáticos de forma eficiente. Envolve em desenvolver a expressão para uma forma mais simples, combinando termos semelhantes e aplicando as regras da álgebra. Veja os exemplos a seguir.

Exemplo 1:

$$8x + 7x$$

Esta expressão se transforma em $15x$

Exemplo 2:

$$7y^2 - 5y^2$$

Esta expressão se transforma em $2y^2$

Exemplo 3:

$$3x + 4y - 9z$$

Esta expressão não podemos transformá-la

Os dois primeiros exemplos identificamos os termos semelhantes, esses termos são aqueles que possuem as mesmas variáveis e o mesmo expoente. No primeiro exemplo de $8x + 7x$ ambos os termos têm a variável x e seu expoente é 1 assim podemos somar, e no segundo exemplo $7y^2 - 5y^2$ ambos são monômios, sua variável é y e seu expoente é 2 assim podemos subtrair. No último exemplo temos $3x + 4y - 9z$ veja que nesta expressão temos três variáveis diferentes portanto não podemos somar essa expressão.

3. Exercício:

Identifique a coluna de expressões algébricas reduzidas ou desenvolvidas, e complete as lacunas na tabela:

Expressão algébrica ______________	Expressão algébrica ______________
3.(5x + __y)	__x + 21y
(6 + __)^2	___ + ___a + a^2
(___ - __)^2	4b^2 - ______ + 64
(7 + 2s).(7 - ___)	____ - 4s^2
(___ - 2t)^3	64 - ____ + 48t^2 - ____

Solução:

Expressão algébrica fatorada	Expressão algébrica desenvolvida
$3.(5x + 7y)$	$15x + 21y$
$(6 + a)^2$	$36 + 12a + a^2$
$(2b - 8)^2$	$4b^2 - 32b + 64$
$(7 + 2s)\,x\,(7 - 2s)$	$49 - 4s^2$
$(4 - 2t)^3$	$64 - 96t + 48t^2 - 8t^3$

4. Em um campeonato de futebol, o time vencedor de uma partida ganha 3 pontos, e o perdedor não pontua. Caso haja empate, os dois times ganham 1 ponto cada um.

a) Se o time campeão tiver 7 vitórias, 4 empates e 2 derrotas ao todo, qual será a pontuação obtida no campeonato?

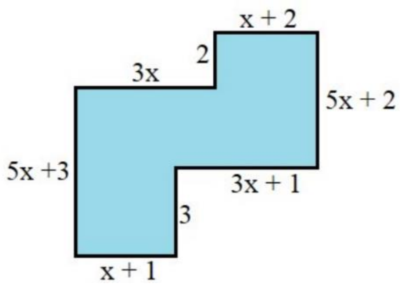
b) Considerando “v” o número de vitórias de um time, “e” o número de empates e “d” o número de derrotas, qual é a expressão algébrica que fornece a pontuação desse time?

Possível solução

a) Pontuação $= (7 \times 3) + (4 \times 1) + (2 \times 0) = 21 + 4 + 0 = 25$ pontos

b) Pontuação $= 3\mathrm{v} + 1\mathrm{e} + 0\mathrm{d}$

5. Observe o polígono abaixo:



a) Qual expressão representa seu perímetro?

b) Se x=2 determine o perímetro deste polígono.

Possível solução:

a)

$$P = (5x + 3) + (x + 1) + 3 + (3x + 1) + (5x + 2) + (x + 2) + 2 + (3x)$$
$$= (5x + x + 3x + 5x + x + 3x) + (3 + 1 + 3 + 1 + 2 + 2 + 2)$$
$$= (18x) + (14)$$

b) $(18 \times 2) + (14) = 50$

Parte 3 (20 min) – Propriedades de uma igualdade

Há três propriedades relacionadas à igualdade.

1- Reflexiva em que, a = a, para qualquer a.

2- Simétrica em que, a = b se e somente se b=a para quaisquer a e b.

3- Transitava em que, a = b e b = a então a = c para quaisquer a, b e c.

Explicaremos que nas sentenças matemáticas usamos símbolos no lugar de palavras.

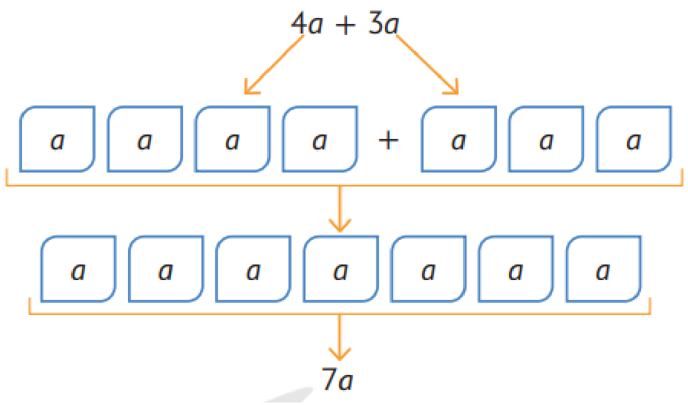
$=$ (igual a)	$\neq$ (diferente de)	$>$ (maior do que)
$<$ (menor do que)	$\Leftrightarrow$ (equivalente a)	$\Rightarrow$ (implica)

Parte 4 (20 min) - Simplificando expressões algébricas

Quando uma expressão algébrica é simplificada, obtém-se uma expressão algébrica equivalente, mas de maneira mais simples. Explicaremos a

simplificação de duas maneiras.
Utilizando figuras.

Figura 17: Simplificação da expressão algébrica



Fonte: SuperAção (p.147, 2022)

Utilizando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição

$$4a + 3a = (4 + 3)a = 7a$$

Iremos abordar com os estudantes a forma de realizar a operação quando o expoente for negativo.

Exemplo:

x^{-1}

Assim como na expressão numérica conseguimos transformar este número. Veja:

$$x^{-1} = \frac{1}{x^1} = \frac{1}{x}$$

A multiplicação e a divisão também fazem parte da simplificação das expressões. Na multiplicação para aplicar basta realizar a propriedade distributiva, e na divisão basta dividir os coeficientes e, quando necessário subtrair os expoentes das variáveis. Veja os exemplos a seguir.

Exemplo 1:

$$3x(6x - 4y + 3) + 1$$

aplicando a propriedade distributiva temos:

$$18x^2 - 12xy + 9x + 1$$

Exemplo 2:

$$\frac{9x^2 - 6x + 8y}{3x}$$

vamos abrir a operação

$$\frac{9x^2}{3x} - \frac{6x}{3x} + \frac{8y}{3x}$$

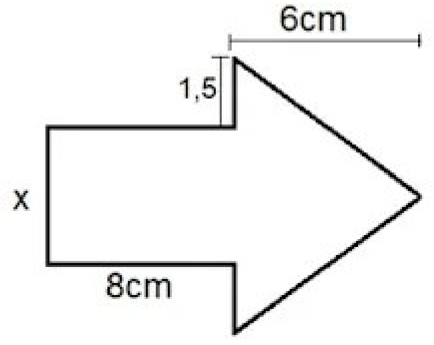
Agora podemos dividir os temos iguais

$$3x - 2 + \frac{8y}{3x}$$

No primeiro exemplo como o $3x$ está multiplicando tudo o que está entre os parênteses podemos aplicar a propriedade distributiva e logo somamos 1. E no segundo exemplo, primeiro abrimos a operação, logo dividimos os temos iguais e como o numerador $(8y)$ não tem a incógnita igual ao denominador $(3x)$ então não conseguimos dividir.

Agora que sabemos simplificar a expressão e ensinamos para os estudantes como resolver na forma prática a adição, subtração, multiplicação e divisão vamos aplicar alguns exercícios.

6. Qual expressão algébrica representa a área da figura?



Possível solução:
Area do retângulo é $8x$ mais a área do triangulo que é $\frac{(3+x)\times 6}{2} = \frac{18+6x}{2} = 9 + 3x$ somando as duas áreas temos:

$$8x + 9 + 3x = 11x + 9$$

7. Simplifique as expressões abaixo, somando ou subtraindo os monômios semelhantes.

a) $3a^2x + 5bx^3 - 12a^2x - 15bx^3 + 4x$

b) $15y - 4x + 3x + 12y - 20x$

c) $24a^2w^3 + 6x^2 - 12a^2w^3 - 6x$

Solução:

a) $-9a^2x - 10bx^3 + 4x$

b) $27y - 21x$

c) $12a^2w^3 + 6x^2 - 6x$

Parte 5 (50 min) – Roleta das expressões

A turma será dividida em grupos de 4 alunos. Cada grupo receberá uma roleta com expressões algébricas, dois dados e uma moeda com as operações de adição e subtração. O objetivo do jogo é girar a roleta, lançar os dois dados e a moeda, e completar a expressão algébrica usando o número obtido nos dados e a operação indicada pela moeda.

Referências bibliográficas:

BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática – Bianchini: manual do professor*. – 9. ed. – São Paulo: Moderna, 2018.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. *A conquista da matemática: 7º ano: ensino fundamental – anos finais*. São Paulo: FTD, 2022.

TEIXEIRA, I. (Org.). *SuperAção! Matemática: 9º ano*. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2022.

SOUZA, Joamir Roberto de. *Vontade de saber matemática, 6° ano* / Joamir Roberto de Souza, Patricia Rosana Moreno Pataro. – 2. ed. – São Paulo: FTD, 2018.

7.2 Relatório

A aula foi ministrada no dia 21 de julho de 2025, com início às 8h10, devido à espera por mais alunos no início do turno. O principal objetivo da aula foi trabalhar os conceitos de expressões algébricas, promovendo o entendimento e a aplicação desses conteúdos em diferentes contextos.

Logo após o início, os alunos foram organizados em grupos para favorecer a aprendizagem colaborativa. Em seguida, foi entregue uma atividade impressa cujo objetivo inicial era relacionar colunas: de um lado, situações descritas em linguagem verbal, e do outro, as respectivas expressões algébricas correspondentes. Após essa primeira etapa, cada grupo foi desafiado a criar sua própria expressão algébrica. As demais equipes, então, deveriam interpretá-la, transformando-a em uma frase em linguagem verbal. Em um segundo momento, os grupos criaram frases descritivas para que os demais elaborassem as expressões algébricas correspondentes.

A proposta se estendeu por mais tempo do que o previsto, mas mostrou-se bastante produtiva. Os alunos se envolveram com entusiasmo, especialmente na criação das frases, que muitas vezes foram bastante elaboradas. A competitividade saudável entre os grupos contribuiu para o engajamento geral e estimulou a criatividade dos estudantes. As frases inicialmente fornecidas na atividade impressa eram simples, como por exemplo: “a metade de um número”. No entanto, as construções elaboradas pelos próprios alunos exigiram maior raciocínio dos colegas.

Ao todo, os estudantes criaram oito desafios, que foram compartilhados no quadro pelos próprios autores, em dois blocos de quatro exercícios. Essa exposição favoreceu a troca de ideias e a participação da turma. Durante a criação das situações os professores ajudaram na elaboração pois muitos alunos estavam criando equações com o objetivo de “achar o x” ao invés apenas criar uma expressão algébrica, isso pode ter acontecido pois estão acostumados a querer sempre encontrar o valor das incógnitas nos exercícios.

Por outro lado, a parte da atividade que consistia na criação de histórias que envolvessem as expressões algébricas revelou-se menos produtiva. Isso ocorreu, provavelmente, devido à complexidade de algumas expressões propostas, o que dificultou a criação de contextos adequados. Um exemplo foi a expressão $(55 - x) \div 5$, que exigia uma abstração maior por parte dos alunos.

Apesar dessa dificuldade, a aula foi boa em termos de participação, construção de conhecimento e desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos.

Após o intervalo, continuamos à aula com uma explanação teórica sobre os principais conceitos relacionados às expressões algébricas. Abordamos temas como: a utilização de letras no lugar de números para representar variáveis, o que são monômios e polinômios, como simplificar expressões algébricas e o significado de valor numérico de uma expressão, dependendo da atribuição dada às variáveis.

Devido ao tempo limitado, optamos por priorizar os exercícios mais relevantes. Durante a realização das atividades, observamos que alguns alunos apresentaram dificuldades específicas, especialmente em relação às operações com expressões algébricas. As maiores dúvidas surgiram na aplicação da propriedade distributiva ,em multiplicações e na multiplicação de potências de mesma base.

Diante disso, dedicamos parte do tempo à resolução e correção dos exercícios, esclarecendo dúvidas com foco nesses tópicos. A maioria dos alunos já havia avançado nas resoluções, com o apoio dos professores durante a prática em grupo, o que facilitou a correção coletiva e o reforço dos conceitos.

Para encerrar a aula de forma lúdica e ao mesmo tempo consolidar o conteúdo, realizamos o jogo da "Roleta de Expressões". A dinâmica consistia em girar uma roleta com diferentes expressões algébricas, cujo valor numérico deveria ser calculado com base no número obtido por meio de um dado. A atividade despertou bastante interesse e envolvimento dos alunos. A competição ocorreu dentro dos próprios grupos, um ponto positivo, pois a competição era entre grupos fechados, não envolvia a sala toda, a atividade promoveu momentos de animação e participação ativa.

8 Encontro 8 – 28/06/2025

8.1 Plano de Aula

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio e ingressantes do ensino superior.

Conteúdos: Equação do Primeiro Grau.

Objetivo geral: Compreender o conceito de equação do primeiro grau e desenvolver a habilidade de resolver equações simples, aplicando estratégias matemáticas de forma lógica e organizada, relacionando a resolução com situações do cotidiano.

Objetivos específicos:

- Reconhecer equação do 1º grau e sua estrutura;
- Identificar incógnitas, coeficientes e termos independentes;
- Resolver equações do tipo $ax + b = c$;
- Aplicar equações em situações-problema simples;
- Aplicar a operação inversa;
- Utilizar o princípio da Balança;

- Resolver equações simples;

Tempo de execução: Encontro de quatro aulas. Intervalo 9h40 às 10h.

Recursos didáticos: Notebook, lâminas, projetor, quadro, giz, atividades impressas.

Encaminhamento metodológico:

Parte 1 (30 min) – Demonstração da balança

Mostraremos uma imagem de uma balança em equilíbrio, com caixas de um lado e barras de ouro do outro. Explicaremos que o termo "equilíbrio" significa que os dois lados da balança têm a mesma massa, ou seja, estão balanceados. Em seguida, apresentaremos o que acontece quando uma caixa é retirada de um dos lados, causando o desequilíbrio da balança, que passa a pender para um dos lados.

Depois, demonstraremos o desequilíbrio em uma nova situação, na qual a caixa volta para o seu lugar, mas duas barras de ouro são retiradas do lado oposto, mantendo a balança desequilibrada. Voltando à posição inicial da balança em equilíbrio, atribuiremos valores para

facilitar o entendimento, propondo que cada barra de ouro pesa 1 quilo, e então questionaremos qual será o peso de cada caixa.

Por fim, mostraremos a resolução intuitiva do problema, utilizando a lógica da balança: como três caixas equivalem a seis quilos de barras de ouro, conclui-se que uma caixa pesa 2 quilos. Faremos a conexão com a equação, explicando que esse processo utilizou o pensamento algébrico para resolver o problema e que, a partir de agora, será apresentada uma equação matemática para resolver o mesmo problema de forma sistemática.

Parte 2 (40 min) – Definições

Com o auxílio das lâminas, explicaremos que a equação do primeiro grau, na variável x é toda equação que pode ser expressa na forma de $ax + b = 0$ no qual a e b são números reais e $a \neq 0$. Daremos dois exemplos e explicaremos cada símbolo:

1° Exemplo $2x - 5 = 0$ e 2° Exemplo $3x + 3 = 0$

Sendo $ax - b = 0\ e\ ax + b = 0$

Essas são equações do primeiro grau pois o x (incógnita) está elevado a 1, a e b são os coeficientes da equação, sendo a o termo que multiplica a variável e b o termo independente. No caso dos dois exemplos acima o 2 multiplica a variável x $0-5$ é o termo independente e no outro exemplo o 3 multiplica a variável x e $0+3$ é o termo independente. Com isso podemos definir a raiz desta equação.

Vamos pegar um outro exemplo e mostrar o passo a passo da resolução:

$$3x - 12 = 0$$

$$Agora\ vamos\ resolver\ esta\ equação$$

$$3x = 12$$

$$x = \frac{12}{3}$$

$$x = 4$$

Temos, $x = 4$ ou seja, a raiz de uma equação do primeiro grau é um número que transforma a equação em uma sentença verdadeira, então se substituirmos o 4 no lugar do x teremos uma equação verdadeira, pois

$3 \times 4 - 12 = 0$

Vamos dar outros exemplos e explicaremos o passo a passo para resolver a equação:

$$5x + 10 = 20$$

Também explicaremos que uma equação do primeiro grau pode ter uma única solução, infinitas soluções ou nenhuma solução no conjunto dos números reais.

Parte 3 (100 min) – Sistema de equações

Iniciaremos definindo sistema de equações como o conjunto de duas ou mais equações que possuem o mesmo conjunto solução, o objetivo é encontrar uma solução comum, ou seja, um par de valores que satisfaça todas as equações simultaneamente.

Para tornar isso mais visual, utilizaremos o sistema $x + y = 7$ e $x - y = 3$, assim construiremos uma tabela com valores possíveis até encontrarmos o par que satisfaz as duas equações, conforme mostra a seguir:

Figura 18: resultados possíveis para x e y.

$x + y = 7$

x	y
1	6
2	5
3	4
0	7
8	-1

(...)

$x - y = 3$

x	y
5	2
6	3
7	4
4	1
8	5

(...)

Fonte: Os autores (2025).

Com isso, lançaremos a pergunta: será que existe uma forma mais rápida e eficiente de chegar a essa solução sem montar tabelas?

A partir dessa reflexão, introduziremos os métodos algébricos de resolução de sistemas. Começaremos com o método da comparação, explicaremos que esse método consiste em isolar a mesma incógnita em ambas as equações e igualá-las, facilitando a descoberta dos valores das variáveis.

$x + y = 7$ $x - y = 3$ $2x = 10$ $x = 5$ de forma rápida.

x $y = 2$

Mostraremos também o método gráfico, que consiste em representar as retas no plano cartesiano e verificar se são paralelas, coincidentes ou concorrentes. Se forem coincidentes significa que os sistemas têm infinitas soluções, se forem paralelas o sistema não tem solução, e se forem concorrentes possuem apenas um ponto em comum, que é a solução.

Para encerrar essa parte, compararemos os três métodos, discutindo com os alunos quando cada um pode ser mais vantajoso.

Parte 4 (30 min) – Jogo da memória

Finalizaremos a aula com um jogo de memória para os estudantes possam Material: 20 cartas com equações do 1° grau e 20 cartas com as raízes dessas equações.

Objetivo: Formar pares de cartas com equações do 1° grau e sua respectiva raiz.

Regras: Podem jogar acima de 2 pessoas.

Todas as cartas serão espalhadas de forma aleatória sobre a mesa e cada jogador tem a oportunidade de virar duas cartas, a intenção é que forme o par, equação do primeiro grau e sua raiz.

Se o jogador acertar, continua jogando, se errar, passa a vez para o próximo jogador. Ao errar, não se pode mudar as cartas de lugar, de modo que os próximos jogadores se lembrem de onde elas estão.

Ganha quem tiver o maior número de pares formados.

Resolução dos Exercícios

Equação do Primeiro Grau

Exercício 1. A soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180°. Se um ângulo desse triângulo mede 3x + 4°, o outro ângulo mede 2x - 15°. Se a medida do terceiro ângulo é 86°, então qual é o valor de x?

Possível resolução:

$$A\ soma\ dos\ \hat{a}ngulos\ internos\ de\ um\ tri\hat{a}ngulo\ \text{é}\ 180°.$$

$$Ent\tilde{a}o, temos\ a\ equa\c{c}\tilde{a}o:$$

$$(3x + 4) + (2x - 15) + 86 = 180$$

$$5x - 11 + 86 = 180$$

$$5x + 75 = 180$$

$$5x = 180 - 75$$

$$5x = 105$$

$$x = \frac{105}{5}$$

$$x = 21$$

Exercício 2. Em um estacionamento existem 45 veículos entre carros e motos. Se o total de rodas é 114, quantos são os carros? (Os carros possuem 4 rodas e as motos 2 rodas)

Possível resolução:

$$Seja\ C\ o\ n\acute{u}mero\ de\ carros\ e\ M\ o\ n\acute{u}mero\ de\ motos.$$

$$Temos\ o\ sistema\ de\ equa\c{c}\tilde{o}es:$$

$$C + M = 45\ (total\ de\ ve\acute{\imath}culos)$$

$$Primeira\ equação\ M = 45 - C$$

$$Segunda\ equação\ 4C + 2M = 114\ (total\ de\ rodas)$$

$$Da\ equação\ (1), M\ =\ 45\ -\ C.$$

$$Substituindo\ M\ na\ equação\ (2):$$

$$4C + 2(45 - C) = 114$$

$$4C + 90 - 2C = 114$$

$$2C = 114 - 90$$

$$2C = 24$$

$$C = \frac{24}{2}$$

$$C = 12$$

$$Portanto, há\ 12\ carros.$$

Exercício 3. Nas últimas 3 etapas da volta de Portugal, um ciclista percorreu, ao todo, $360km$. A primeira etapa tinha $120km$ a mais do que a segunda; a última etapa era quatro vezes maior que a segunda. Calcule o comprimento de cada etapa.

Possível resolução:

$$Seja\ S\ a\ distância\ da\ segunda\ etapa.$$

$$Primeira\ etapa = S + 120$$

$$Terceira\ etapa = 4S$$

$$A\ soma\ das\ três\ etapas\ é\ 360\ km.$$

$$(S\ +\ 120)\ +\ S\ +\ 4S\ =\ 360$$

$$6S\ +\ 120\ =\ 360$$

$$6S\ =\ 360\ -\ 120$$

$$6S\ =\ 240$$

$$S\ =\ 240\ /\ 6$$

$$S\ =\ 40\ km\ (segunda\ etapa)$$

$$Comprimento\ de\ cada\ etapa:$$

$$Segunda\ etapa: 40\ km$$

$$Primeira\ etapa: 40\ +\ 120\ =\ 160\ km$$

$$Terceira\ etapa: 4 * 40 = 160\ km$$

$$Verificação: 160 + 40 + 160 = 360\ km.$$

Exercício 4. Em uma sala de aula, uma pessoa contou um segredo para 2 pessoas; essas duas contaram, cada uma, para 3 pessoas, que contaram, cada uma, para 4 pessoas, que contaram, cada uma, para x pessoas. Se todos contaram o segredo uma única vez e a quantidade de alunos na sala é 81, qual o valor de x?

Possível resolução:

$$O\ número\ total\ de\ pessoas\ que\ sabem\ o\ segredo\ \text{é}$$

$$a\ soma\ de\ todas\ as\ pessoas\ envolvidas\ no\ processo\ de\ contagem.$$

$$1\ (pessoa\ inicial) + 2\ (primeira\ rodada) + (2 \times 3)(segunda\ rodada)$$

$$+ (2 \times 3 \times 4)\ (terceira\ rodada) + (2 \times 3 \times 4 \times x)\ (quarta\ rodada) = 81$$

$$1 + 2 + 6 + 24 + 24x = 81$$

$$33 + 24x = 81$$

$$24x = 81 - 33$$

$$24x = 48$$

$$x = 48 / 24$$

$$x = 2$$

Exercício 5. A massa de um copo cheio d’água é 325g. Se jogarmos metade da água fora, a massa cairá para 180g. Qual é a massa do copo vazio?

Possível resolução:

$$Seja\ C\ a\ massa\ do\ copo\ vazio\ e\ A\ a\ massa\ total\ da\ água.$$

$$C + A = 325$$

$$C + A/2 = 180$$

$$Subtraindo\ a\ segunda\ equação\ da\ primeira:$$

$$(C + A) - (C + A/2) = 325 - 180$$

$$A - A/2 = 145$$

$$A/2 = 145$$

$$A = 290\ g\ (massa\ total\ da\ água)$$

$$Agora, substitua\ A\ na\ primeira\ equação\ para\ encontrar\ C:$$

$$C + 290 = 325$$

$$C = 325 - 290$$

$$C = 35\ g\ (massa\ do\ copo\ vazio)$$

Exercício 6. A soma de um número com o seu sucessor e o seu antecessor é igual a 222. Qual é esse número?

Possível resolução:

$$Seja\ N\ o\ número.$$

$$O\ antecessor\ \text{é}\ N - 1.$$

$$O\ sucessor\ \text{é}\ N + 1.$$

$$A\ soma\ \text{é}\ N + (N - 1) + (N + 1) = 222$$

$$3N = 222$$

$$N = 222\,/\,3$$

$$N = 74$$

Sistema de Equações

Exercício 7. Na papelaria "Tá Barato" Frederico comprou 3 lápis e 2 canetas e pagou $R\$\,6{,}00$ enquanto Otávio comprou 3 lápis e 1 caneta pagando $R\$\,4{,}50$. Nessa papelaria, qual é o valor de cada lápis e de cada caneta?

Possível resolução:

$$Seja\ L\ o\ preço\ de\ cada\ lápis\ e\ C\ o\ preço\ de\ cada\ caneta.$$

$$Temos\ o\ sistema:$$

$$*\ 3L + 2C = 6{,}00\ (compra\ de\ Frederico)$$

$$*\ 3L + 1C = 4{,}50\ (compra\ de\ Otávio)$$

$$Subtraindo\ a\ equação\ (2)\ da\ equação\ (1):$$

$$(3L + 2C) - (3L + C) = 6{,}00 - 4{,}50$$

$$C = 1{,}50$$

$$O\ valor\ de\ cada\ caneta\ \text{é}\ R\$\,1{,}50.$$

$$Substituindo\ C = 1{,}50\ na\ equação\ (2):$$

$$3L + 1(1{,}50) = 4{,}50$$

$$3L + 1{,}50 = 4{,}50$$

$$3L = 4{,}50 - 1{,}50$$

$$3L = 3{,}00$$

$$L = 3{,}00 / 3$$

$$L = 1{,}00$$

$$O\ valor\ de\ cada\ lápis \text{ é } R\$\ 1{,}00.$$

Exercício 8. Qual o preço da caixa de brinquedos da última prateleira?

Possível resolução:

$$Analisando\ as\ caixas\ de\ brinquedos:$$

$$Caixa\ 1: 2\ dinossauros + 1\ urso + 1\ bola = R\$\ 10{,}00$$

$$Caixa\ 2: 1\ dinossauro + 2\ ursos + 1\ bola = R\$\ 12{,}00$$

$$Caixa\ 3: 1\ dinossauro + 1\ urso + 2\ bolas = R\$\ 16{,}00$$

$$Seja\ D = preço\ do\ dinossauro$$

$$U = preço\ do\ urso$$

$$B = preço\ da\ bola.$$

$$2D + U + B = 10$$

$$D + 2U + B = 12$$

$$D + U + 2B = 16$$

$$Vamos\ subtrair\ (1)\ de\ (2):$$

$$(D + 2U + B) - (2D + U + B) = 12 - 10$$

$$-D + U = 2 => U = D + 2\ (Eq. 4)$$

$$Vamos\ subtrair\ (1)\ de\ (3):$$

$$(D + U + 2B) - (2D + U + B) = 16 - 10$$

$$-D + B = 6 => B = D + 6\ (Eq. 5)$$

$$Agora, substitua\ U\ e\ B\ da\ Eq. 4\ e\ Eq. 5\ na\ Eq. 1:$$

$$2D + (D + 2) + (D + 6) = 10$$

$$4D + 8 = 10$$

$$4D = 2$$

$$D = 0{,}50\ (Preço\ do\ dinossauro\text{: } R\$\ 0{,}50)$$

$$Agora\ encontre\ U\ e\ B\text{:}$$

$$U = D + 2 = 0{,}50 + 2 = 2{,}50\ (Preço\ do\ urso\text{: } R\$\ 2{,}50)$$

$$B = D + 6 = 0{,}50 + 6 = 6{,}50\ (Preço\ da\ bola\text{: } R\$\ 6{,}50)$$

$$A\ \text{ú}ltima\ caixa\ (da\ \text{ú}ltima\ prateleira)\ contém\text{:}$$

$$1\ dinossauro + 1\ urso + 1\ bola.$$

$$Preço\ da\ \text{ú}ltima\ caixa = D + U + B$$

$$Preço = 0{,}50 + 2{,}50 + 6{,}50 = R\$\ 9{,}50$$

Exercício 9. Um grupo de amigos está indo a um show e precisa comprar ingressos. Os ingressos custam $R\$\ 40{,}00$ cada para estudantes e $R\$\ 60{,}00$ cada para não estudantes. O grupo é composto por 8 amigos. No total, foram gastos $R\$360{,}00$ na compra dos ingressos. Escreva um sistema de equações do primeiro grau que represente essa situação e, em seguida, resolva-o para encontrar o número de ingressos de cada tipo.

Possível resolução:

$$Seja\ E\ o\ número\ de\ estudantes\ e\ N\ o\ número\ de\ não\ estudantes.$$

$$Sistema\ de\ equações\text{:}$$

$$1)\ E + N = 8\ (total\ de\ amigos)$$

$$2)\ 40E + 60N = 360\ (gasto\ total\ em\ ingressos)$$

$$Da\ equação\ (1), E = 8 - N.$$

$$Substituindo\ E\ na\ equação\ (2)\text{:}$$

$$40(8 - N) + 60N = 360$$

$$320 - 40N + 60N = 360$$

$$20N = 360 - 320$$

$$20N = 40$$

$$N = 40 / 20$$

$$N = 2$$

$$Há\ 2\ não\ estudantes.$$

$$Substituindo\ N\ =\ 2\ na\ equação\ (1):$$

$$E\ +\ 2\ =\ 8$$

$$E\ =\ 8\ -\ 2$$

$$E\ =\ 6$$

$$Há\ 6\ estudantes.$$

Exercício 10. (Fuvest - adaptada) Um supermercado adquiriu detergentes nos aromas limão e coco. A compra foi entregue, embalada em 10 caixas, com 24 frascos em cada caixa. Sabendo-se que cada caixa continha 2 frascos de detergentes a mais no aroma limão do que no aroma coco, qual foi o número de frascos entregues, no aroma limão?

Possível resolução:

$$Total\ de\ frascos\ =\ 10\ caixas \times 24\ frascos/caixa\ =\ 240\ frascos.$$

$$Em\ cada\ caixa, há\ 24\ frascos.$$

$$Seja\ L\ o\ número\ de\ frascos\ de\ limão\ por\ caixa\ e\ C\ o\ número\ de\ frascos\ de\ coco\ por\ caixa.$$

$$Temos\ o\ sistema\ para\ uma\ caixa:$$

$$L\ +\ C\ =\ 24\ (total\ de\ frascos\ por\ caixa)$$

$$2)\ L\ =\ C\ +\ 2\ (limão\ tem\ 2\ a\ mais\ que\ coco)$$

$$Substituindo\ (2)\ em\ (1):$$

$$(C\ +\ 2)\ +\ C\ =\ 24$$

$$2C\ +\ 2\ =\ 24$$

$$2C\ =\ 22$$

$$C\ =\ 11\ (frascos\ de\ coco\ por\ caixa)$$

$$Agora\ encontre\ L:$$

$$L\ =\ C\ +\ 2\ =\ 11\ +\ 2\ =\ 13\ (frascos\ de\ limão\ por\ caixa)$$

$$Número\ total\ de\ frascos\ de\ limão\ entregues\ é$$

$$13\ frascos/caixa \times 10\ caixas\ =\ 130\ frascos.$$

Exercício 11. Um estacionamento cobra $R\$3{,}00$ por moto e $R\$5{,}00$ por carro estacionado. Ao final de um dia, o caixa registrou $R\$382{,}00$ para um total de 100 veículos. Quantas motos e carros utilizaram o estacionamento nesse dia?

Possível resolução:

$$Seja\ M\ o\ número\ de\ motos\ e\ C\ o\ número\ de\ carros.$$

$$Sistema\ de\ equações:$$

$$Primeira\ equação\ M + C = 100\ (total\ de\ veículos)$$

$$Segunda\ equação\ 3M + 5C = 382\ (total\ arrecadado)$$

$$Da\ equação\ (1)\ M = 100 - C.$$

$$Substituindo\ M\ na\ equação\ (2):$$

$$3(100 - C) + 5C = 382$$

$$300 - 3C + 5C = 382$$

$$2C = 382 - 300$$

$$2C = 82$$

$$C = \frac{82}{2}$$

$$C = 41$$

$$Há\ 41\ carros.$$

$$Substituindo\ C = 41\ na\ equação\ (1):$$

$$M + 41 = 100$$

$$M = 100 - 41$$

$$M = 59$$

$$Há\ 59\ motos.$$

Exercícios de Aprofundamento

Exercício 12. Um tijolo pesa $1kg$ a mais que meio tijolo, quanto pesa 1 tijolo e meio?

Possível resolução:

$$Seja\ T\ o\ peso\ de\ um\ tijolo.$$

$$A\ informação\ dada\ é: T = 0.5T + 1kg$$

$$T - 0{,}5T = 1kg$$

$$0.5T = 1kg$$

$$T = \frac{1}{0{,}5}$$

$$T = 2kg$$

$$Um\ tijolo\ pesa\ 2\ kg.$$

$$Então, 1\ tijolo\ e\ meio\ pesa = 1.5 \times T = 1.5 \times 2kg = 3kg.$$

Exercício 13. Maria acaba de ganhar uma barra enorme de chocolate como presente de pascoa. Ela decide dividi-La em pedaços para ~~come-la~~comê-la aos poucos. No primeiro ela a divide em 10 pedaços e come apenas um deles. No segundo dia, ela divide um dos pedaços que sobraram do dia anterior em mais 10 pedaços e come apenas um deles. No terceiro dia, ela faz o mesmo, ou seja, divide um dos pedaços que sobraram do dia anterior em 10 outros e come apenas um deles. Ela continua repetindo esse procedimento até a Páscoa do ano seguinte.

a) Quantos pedaços ela terá no final do terceiro dia?

Possível resolução:

$$Dia\ 1: Divide\ a\ barra\ em\ 10\ pedaços. Come\ 1. Sobram\ 9\ pedaços.$$

$$Dia\ 2: Pega\ 1\ dos\ 9\ pedaços\ restantes\ e\ o\ divide\ em\ 10.$$

$$(Este\ pedaço\ original\ agora\ virou\ 10\ pedaços\ menores).$$

$$Come\ 1\ desses\ 10\ pedaços\ menores. Sobram\ 9\ pedaços\ menores.$$

$$Total\ de\ pedaços: 8\ pedaços\ do\ tamanho\ original\ (não\ divididos) \\ +\ 9\ pedaços\ menores = 17\ pedaços.$$

$$Dia\ 3: Pega\ 1\ dos\ 9\ pedaços\ menores\ restantes\ do\ Dia\ 2$$

$$e\ o\ divide\ em\ 10. Come\ 1. Sobram\ 9\ pedaços\ ainda\ menores.$$

$$Os\ pedaços\ totais\ são: 8\ pedaços\ do\ tamanho\ original\ (não\ divididos) \\ +\ 8\ pedaços\ do\ segundo\ nível\ de\ divisão\ (não\ divididos) \\ +\ 9\ pedaços\ do\ terceiro\ nível\ de\ divisão.$$

$$Portanto, 8 + 8 + 9 = 25\ pedaços.$$

$$No\ final\ do\ terceiro\ dia, ela\ terá\ 25\ pedaços.$$

b) É possível em algum dia ela terá exatamente 2024 pedaços?

Possível resolução:

$$Vamos\ generalizar\ o\ \text{número}\ de\ \text{pedaços}\ Pn\ no\ final\ do\ dia\ n.$$

$$P1 = 9\ (10\ \text{pedaços} - 1\ comido)$$

$$P2 = 8 + (10 - 1) = 8 + 9 = 17$$

$$(Os\ 8\ \text{pedaços}\ do\ tamanho\ original\ que\ \text{não}\ foram\ tocados + 9\ \text{pedaços}\ menores)$$

$$P3 = 8 + 8 + (10 - 1) = 8 + 8 + 9 = 25$$

$$(Os\ 8\ \text{pedaços}\ do\ 1^{\underline{o}}\ \text{nível}\ \text{não}\ tocados + 8\ \text{pedaços}\ do\ 2^{\underline{o}}\ \text{nível}\ \text{não}\ tocados$$

$$+ 9\ \text{pedaços}\ do\ 3^{\underline{o}}\ \text{nível})$$

$$Podemos\ observar\ um\ \text{padrão}.$$

$$A\ cada\ dia, um\ \text{pedaço}\ \text{é}\ subdividido\ em\ 10, e\ 1\ \text{é}\ comido, resultando\ em\ 9\ novos\ \text{pedaços}.$$

$$No\ entanto, um\ dos\ \text{pedaços}\ \text{"}grandes\text{"}\ \text{é}\ sacrificado\ para\ ser\ subdividido.$$

$$\text{Então}, o\ aumento\ \text{líquido}\ de\ \text{pedaços}\ a\ cada\ dia$$

$$(a\ partir\ do\ Dia\ 2)\ \text{é}\ 9 - 1 = 8.$$

$$\text{Fórmula}\ para\ o\ \text{número}\ de\ \text{pedaços}\ no\ final\ do\ dia\ n:$$

$$Pn = 9 + (n - 1) \times 8$$

$$Queremos\ saber\ se\ Pn = 2024\ \text{é}\ \text{possível}:$$

$$2024 = 9 + (n - 1) \times 8$$

$$2015 = (n - 1) \times 8$$

$$n - 1 = \frac{2015}{8}$$

$$\frac{2015}{8} = 251.875$$

$$Como\ (n - 1)$$

$$\text{não}\ \text{é}\ um\ \text{número}\ inteiro$$

$$significa\ que\ \text{não}\ \text{haverá}\ um\ dia\ exato\ em\ que\ ela\ \text{terá}\ 2024\ \text{pedaços}.$$

Exercício 14. (OBMEP) Nove amigos comeram Pizzas. Algumas cortadas em 6 fatias e outras cortadas em 8 fatias. Todos comeram Mesmo número de fatias e não sobrou nada. Quantas fatias cada um comeu?

Possível resolução:

$$Seja\ N\ o\ número\ de\ fatias\ que\ cada\ amigo\ comeu.$$

$$Como\ todos\ comeram\ o\ mesmo\ número\ de\ fatias\ e\ não\ sobrou\ nada$$

$$o\ número\ total\ de\ fatias\ deve\ ser\ divisível\ por\ 9\ (o\ número\ de\ amigos).$$

$$Além\ disso, as\ pizzas\ foram\ cortadas\ em\ 6\ ou\ 8\ fatias.$$

$$Isso\ significa\ que\ o\ número\ total\ de\ fatias\ também\ deve\ ser\ um\ múltiplo\ comum\ de$$

$$6\ e\ 8, ou\ seja, um\ múltiplo\ de\ MMC(6,8).$$

$$MMC(6,8):$$

$$6\ =\ 2 \times 3$$

$$8\ =\ 2^3$$

$$MMC(6,8)\ =\ 2^3 \times\ 3\ =\ 8 \times 3\ =\ 24.$$

$$Então, o\ número\ total\ de\ fatias\ \text{é}\ um\ múltiplo\ de\ 24.$$

$$O\ número\ total\ de\ fatias\ (T)\ deve\ ser\ um\ múltiplo\ de\ 9\ e\ um\ múltiplo\ de\ 24.$$

$$Portanto, T\ deve\ ser\ um\ múltiplo\ de\ MMC(9,24).$$

$$MMC(9,24):$$

$$9\ =\ 3^2$$

$$24\ =\ 2^3 \times\ 3$$

$$MMC(9,24)\ =\ 2^3 \times 3^2\ =\ 8 \times 9\ =\ 72.$$

$$O\ número\ total\ de\ fatias\ \text{é}\ um\ múltiplo\ de\ 72.$$

$$Como\ a\ questão\ geralmente\ busca\ a\ menor\ solução\ possível$$

$$(a\ menos\ que\ especifique\ o\ contrário, ou\ que\ haja\ outras\ restrições\ não\ mencionadas),$$

$$vamos\ considerar\ o\ menor\ múltiplo\ de\ 72\ que\ \text{é}\ razoável\ para\ um\ grupo\ de\ amigos.$$

$$Se\ o\ total\ de\ fatias\ \text{é}\ 72, e\ \text{há}\ 9\ amigos:$$

$$Fatias\ por\ amigo\ =\ \frac{72}{9} =\ 8\ fatias.$$

$$Vamos\ verificar\ se\ isso\ \text{é}\ possível\ com\ pizzas\ de\ 6\ e\ 8\ fatias.$$

$$Se\ cada\ um\ comeu\ 8\ fatias, e\ \text{há}\ 9\ amigos, o\ total\ de\ fatias\ \text{é}\ 72.$$

$$Podemos\ ter:$$

$$9\ pizzas\ de\ 8\ fatias\ (9 \times 8\ =\ 72\ fatias)\ -\ Sim, \text{é}\ possível.$$

$$12\ pizzas\ de\ 6\ fatias\ (12 \times 6\ =\ 72\ fatias)\ -\ Sim, \text{é}\ possível.$$

$$Uma\ combinação, por\ exemplo:$$

$$6\ pizzas\ de\ 8\ fatias\ (48\ fatias) +\ 4\ pizzas\ de\ 6\ fatias\ (24\ fatias)$$
$$=\ 72\ fatias.$$

$$A\ pergunta\ é\ quantas\ fatias\ cada\ um\ comeu, e\ a\ resposta\ mais\ simples\ e\ direta\ é$$
$$o\ menor\ número\ possível\ que\ satisfaz\ todas\ as\ condições.$$

$$Cada\ amigo\ comeu\ 8\ fatias.$$

Referências Bibliográficas:

BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática – Bianchini: manual do professor*. **9. ed.** São Paulo: **Moderna**, 2018.

DANTE, Luiz Roberto. *A conquista da matemática: 9º ano*. **2. ed.** São Paulo: **Ática**, 2022.

RIBEIRO, Roberta dos Santos. *Jogo educativo sobre equações do 1º grau*, 2025. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1DAuNJpEg0aCM0zsctZr88q4mcMXMMRsA/view?usp=sharing. Acesso em: 25 jun. 2025.

SOUZA, Joamir Roberto de; **PATARO**, Patricia Rosana Moreno. *Vontade de saber matemática, 6° ano*. **2. ed.** São Paulo: **FTD**, 2018.

8.2 Relatório

Na aula do dia 28 de junho de 2025, estiveram presentes 16 alunos. Assim que os estudantes chegaram, a aula foi iniciada pelos estagiários, que demonstraram a situação de uma balança com auxílio das lâminas. Foi explicado que era necessário deixá-la em equilíbrio.

Alguns estudantes identificaram a situação, pois já haviam visto algo semelhante. Os estagiários explicaram claramente que nem sempre o “passar para lá e passar para cá” iria dar certo, pois o objetivo era que os alunos entendessem que, ao realizar uma operação de um lado, era preciso equilibrar mexendo no outro lado também. Logo após a demonstração, os estagiários explicaram a definição da equação do primeiro grau e solicitaram que fosse realizado o primeiro exercício.

O exercício apresentado era uma equação que exigia igualar as operações e encontrar o valor do ângulo. A equação era simples, e todos conseguiram resolver e corrigir. Em seguida, um dos estagiários explicou que as equações do primeiro grau podem ter uma única solução, várias ou nenhuma solução real, e destacou que a raiz é uma sentença verdadeira.

Com as explicações, foram sendo realizados exercícios e discutidas algumas situações-problema para resolver. Logo depois, houve o intervalo.

No retorno, iniciou-se a explicação sobre sistemas de equações com duas incógnitas. Foi perguntado aos alunos quais eram as soluções de uma equação e como conseguiriam resolver. Alguns responderam que fariam por tentativa e erro, outros mencionaram resolver por sistema. Foi demonstrado o processo por meio de uma tabela, substituindo os valores, para que compreendessem que existiam outras formas de resolver. Posteriormente, foi mostrado o mesmo exemplo na forma de sistema, e alguns alunos comentaram que preferiam essa forma, pois a resolução era mais rápida, enquanto a tabela era mais demorada. Foram realizados exercícios para praticarem tanto com a tabela quanto com o sistema.

Após a correção feita no quadro pelos próprios alunos, foram explicados o método da comparação, o método da tabela e o método gráfico. O método da adição/subtração não foi apresentado, por ser muito visto nas escolas. Foram dados exemplos de cada método, e os alunos resolveram os demais exercícios. A maioria conseguiu compreender e resolver, enquanto outros apresentaram maior dificuldade para interpretar e solucionar. A correção dos exercícios foi novamente feita pelos alunos no quadro, com auxílio dos estagiários.

Para finalizar a aula, foi preparado um jogo da memória. O jogo possuía várias cartas: em algumas havia equações e em outras, as respectivas respostas. Além de resolver, os alunos precisavam lembrar onde estava a resposta correspondente à equação.

Na finalização, muitos alunos demonstraram ter gostado, pois compreenderam como resolver e como aplicar o que haviam aprendido. Foi uma aula tranquila, já que a maioria participou dos exercícios, se interessou em resolver e foi até o quadro para apresentar as soluções.

9 Encontro 9 – 05/07/2025

9.1 Plano de Aula

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio e ingressantes do ensino superior.

Conteúdos: Função do primeiro grau.
Objetivo geral: Compreender o conceito de relação e função do primeiro grau e desenvolver a habilidade de resolver equações simples, aplicando estratégias matemáticas de forma lógica e organizada, relacionando a resolução com situações do cotidiano.

Objetivos específicos:

- Compreender o conceito de função através de diagramas de flechas.
- Diferenciar relações de funções.
- Identificar domínio, contradomínio e imagem.
- Representar funções afins graficamente e analisar crescimento/decrescimento.

Material didático: Lâminas da aula; quadro e giz; folhas de atividade impressas, celulares.

Tempo de execução: Encontro de quatro aulas. Intervalo 9h40 às 10h

Encaminhamento metodológico:

Parte 1 (50 min) – Resolução de problemas

Iniciaremos a aula formando grupos de quatro pessoas e trabalharemos algumas resoluções de problemas, sendo elas:

Situação - problema 1: Seu Osvaldo é trabalhador rural, ele trabalha por diária em plantações de uvas. Geralmente, ele prefere ir para as roças, em que o preço do raleio seja acima de R$ 0,07. Durante o mês de abril, ele trabalhou em uma roça que pagava R$ 0,08 por cacho raleado. Seu Osvaldo precisava alcançar uma meta de produção para conseguir uma diária de R$ 80,00.

a) Para alcançar a meta, quantos cachos de uva ele precisa ralear por dia? E se a meta fosse ralear 1.800 cachos, quanto seria a diária dele?

b) Se Seu Osvaldo seguir o ritmo de produção de 1.250 cachos por dia, quanto será o seu salário ao final do mês? (considere 22 dias trabalhados).

Na situação-problema 1, os itens (a) e (b) foram pensadas com o intuito de proporcionar aos alunos uma compreensão em relação às variáveis dependentes e independentes, e em quais casos uma iria depender da outra. Pretendia-se que eles comparassem a relação entre as grandezas salário final em função da quantidade de cachos de uvas raleados.

Situação problema 2: No mês de outubro, dona Neide foi chamada para trabalhar em uma empresa de carteira assinada. A empresa paga o salário fixo de R$ 1.250,00, mais o salário-família, sendo R$ 48,62 por filho, com idade entre 0 e 14 anos. Sabendo que dona Neide tem 3 filhos, com idades entre 10 e 15 anos, todos os filhos têm idades diferentes. Nessas condições:

a) Quanto será o salário total que ela receberá ao final do mês?
b) Como podemos representar essa situação por meio de uma expressão algébrica, que sirva para calcular o salário de todos os trabalhadores dessa empresa?

Nesse segundo problema, assim como no primeiro, esperava-se que os alunos compreendessem a variação entre as grandezas salário final em função da quantidade de filhos de cada trabalhador, considerando as idades específicas. Também se pretendia que os alunos observassem que o salário base seria fixo, isto é, não era variável, favorecendo, assim, a conversão da solução encontrada para uma expressão algébrica.

Situação-problema 3: Dona Vilma é uma trabalhadora avulsa. Considerando que se ela trabalha em uma roça que paga R$0,07 por cacho raleado, com uma produção de 1.300 cachos, ela ganhará R$ 91,00 por dia. Sabendo que dona Vilma trabalha dois sábados durante o mês e recebe R$ 50,00 extra por sábado trabalhado, fora a produção que ela consegue realizar.

(considere 22 dias trabalhados), no mês de maio, ela conseguiu manter um ritmo de produção de 1.250 cachos por dia, mais os dias extras.

a) Qual foi o salário dela ao final do mês?

b) Como podemos representar essa situação mensal por meio de uma expressão algébrica.

Situação- problema 4: Com o problema a seguir, objetivou-se ler e interpretar gráficos. Certo dia, Pedro convidou seu pai para vê-lo jogar. O pai e Pedro foram de carro até a escola. No final do jogo, voltaram para casa, fazendo o mesmo percurso de ida e no mesmo intervalo de tempo. Por fim, o pai de Pedro deixou o carro na garagem, exatamente onde estava antes de ir à escola.

Qual dos gráficos abaixo ilustra o trajeto percorrido por Pedro e seu pai, sendo que eles ilustram a relação entre o tempo que durou a saída dos dois e a distância que estiveram de casa?

a) Quais são as grandezas envolvidas nessa situação.
b) Qual é o custo de uma apostila de 125 páginas?
c) Como podemos escrever uma expressão algébrica para todos os casos gerais?

d) Esboce o gráfico dessa função?

Inicialmente, os alunos e seu respectivo grupo realizaram as leituras e a interpretação dos problemas 3 e 4; Em seguida, elaboraram a solução, registrando-a no quadro, apresentaram também a representação gráfica e discutiram entre os grupos os caminhos seguidos, cada um defendendo seu ponto de vista.

Parte 2 (30 min) - Definição de Função

Com a ajuda das lâminas explicaremos a definição e mostraremos os diagramas de flechas.
Definição: Dados dois conjuntos A e B, não vazios, dizemos que a relação f de A e B é função se, e somente se para qualquer x pertence ao conjunto A, existe, em correspondência, um único y pertence a B tal que o par ordenado (x, y) pertence a f.

Em seguida, apresentaremos alguns diagramas e questionaremos quais representam funções, quais não representam e por quê.
Destaque para a regra: Cada elemento de A deve ter um único correspondente em B.

Parte 3 (30 min) – Domínio, Contradomínio e imagem.

Com ajuda das lâminas explicaremos o conceito de Domínio, Contradomínio e Imagem.
Domínio: Seja R uma relação de A em B. Chama-se domínio de R o conjunto D de todos os primeiros elementos dos pares ordenados pertencentes a R.
Imagem: Chama-se imagem de R o conjunto Im de todos os segundos elementos dos pares ordenados pertencentes a R.
Contradomínio: É o conjunto em que encontraremos todos os números que podem ser relacionados aos elementos do domínio por meio da função f.

Após a explicação daremos um exemplo e um exercício oral.

Exemplo: Dado o Domínio todos os elementos de A. D(f) {1,2,3}, o contradomínio todos os elementos de B. Cd(f)= {2,4,6,8,10} e a Imagem todos os elementos de B que estão associados aos de A. Im(f)= {2,4,6}

Exercício oral: Dada a função f(x)=2x, identificar:
Domínio: A = {1,2,3} → "Qual é a imagem de 2?"
Contradomínio: B = {2,4,6,8}
Depois dos exercícios explicaremos a Funções Afins e Representação Gráfica.

Parte 4 (80 min) Definição de função afim

Chama-se função polinomial do 1° Grau, ou função afim dos Reais em Reais dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais dados e a diferente 0.

Explicaremos com o exemplo:

$$F(x) = 2x + 3 \; a = 2 \; e \; b = 3$$

Vamos explicar que a refere ao coeficiente angular pois é ele que define a inclinação da reta ou seja se a função é crescente, decrescente ou constante e b o coeficiente linear expressa a coordenada vertical em que a reta cruza o eixo y.

Depois faremos algumas atividades e alguns exercícios. A atividade que aplicaremos é um quiz relâmpago com algumas atividades. Exemplo: O diagrama A = {a, b}, B = {1, 2} com flechas a→1, b→1 é função? Por quê?"

Demonstração no quadro com ajuda das lâminas: Como montar no gráfico f(x)=2x+1 e f(x)=−x+3 usando tabelas. E explicaremos que gráfico da função afim é uma reta inclinada em relação aos eixos do sistema cartesiano ortogonal, pois a=2 assim ela é maior que zero sendo ela crescente já no segundo exemplo a=-1 neste caso é negativo portanto é decrescente. E se a=0 ela será uma constante.

Análise coletiva: "Por que uma reta sobe e outra desce?" (Coeficiente angular).

Para formar um gráfico precisamos de dois pontos para construir uma reta. Usaremos um exemplo para construir um gráfico

Após a explicação faremos uma atividade da montagem do Gráfico.

Escolher duas funções exemplo: f(x)=3x−2 e f(x)=−0.5x+4

Construir tabelas com valores de x quando for -2 e quando x for 2, nas duas funções. Plotar os pontos no plano cartesiano. Identificar raiz, coeficiente angular e linear.

Discussão: "O que acontece se o coeficiente angular for zero?"

Parte 5 (40 min) – Dinâmica de encerramento

Realizaremos um kahoot referente ao conteúdo estudado com dez perguntas, sendo elas:

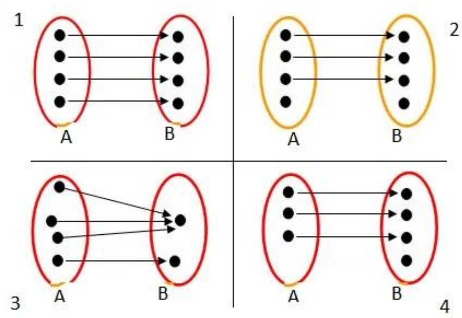
1. Exercício: Dada a função f:ℝ→ℝ, definida $f(x) = 3x + 2$, determine o valor de f(3)

Solução: 11

2. Seja f uma função de A em B, tal que, $f(x) = 2x - 4$. Qual elemento de A tem imagem igual a 8?

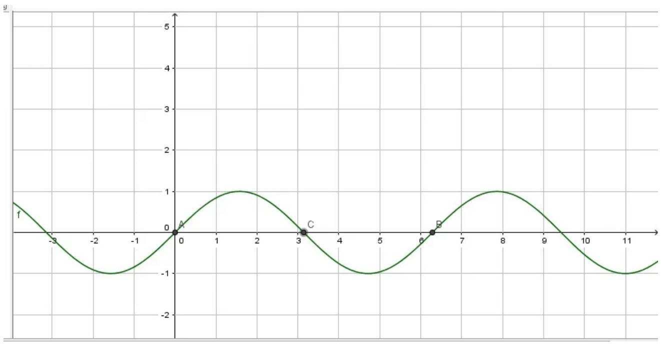
Resolução: 6

3. Das situações apresentadas abaixo, qual não representa uma função de A em B?



Resolução: 2

4. Considerando a função abaixo, sua imagem assume valores negativos no intervalo $x = 0$ até $x = 3$?



Resolução: Falso

5. Uma torneira enche um reservatório de água em 2 horas, se abrirmos mais três destas torneiras em quantos minutos elas enchem o reservatório?

Resolução: $30\ minutos$

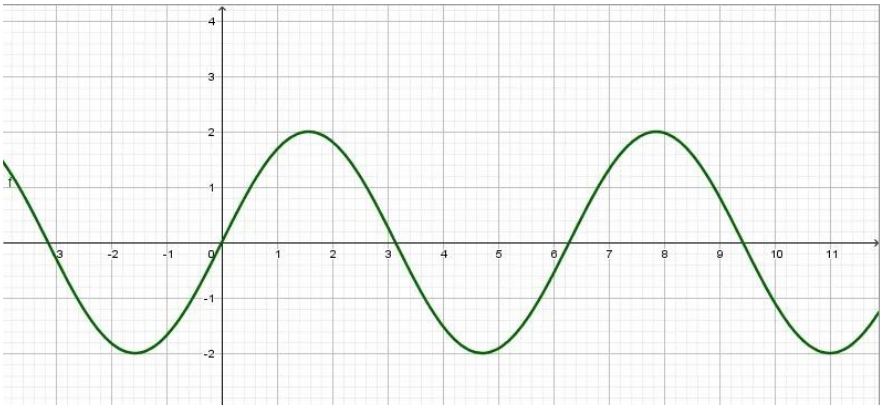
6. Se $1 = 5;\ 2 = 6;\ 3 = 7;\ 4 = 8$, então $5 =$?

Resolução: $5 = 1$

7. Dada a função f:ℝ→ℝ, definida por $f(x) = 3x + 2$, determine o valor de $f(0)$:

Resolução: 2

8. Seja f A uma função real, tal que seu gráfico é a figura abaixo. Qual o maior valor de sua imagem?

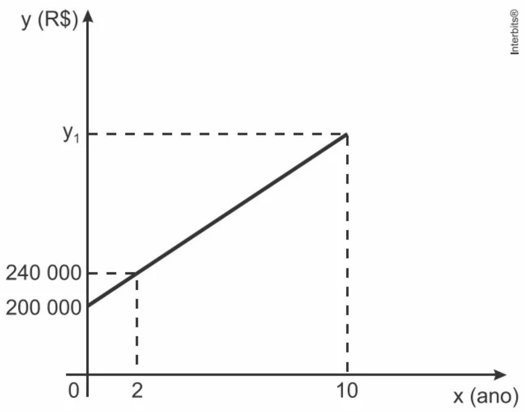


Resolução: 2

9. Uma máquina de suco serve $200\ ml$. A função que relaciona o número de copos cheios com a quantidade de suco (em litros) é:

Resolução: $f(x) = 0{,}2x$

10. O valor desse sítio, no décimo ano após sua compra, em real, será de:



Resolução: 400.00

Referências bibliográficas:

BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática – Bianchini: manual do professor*. – 9. ed. – São Paulo: Moderna, 2018.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de matemática elementar: conjuntos, funções. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013. v. 1.

SOUZA, Joamir Roberto de. *Vontade de saber matemática, 6° ano* / Joamir Roberto de Souza, Patricia Rosana Moreno Pataro. – 2. ed. – São Paulo: FTD, 2018.

PAIVA, Manoel Rodrigues. Matemática. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2010. 3 v. Para alunos do 1º ao 3º ano. Bibliografia.

SILVA, Kelly de Souza; PEREIRA, Lucília Batista Dantas. O ensino de função afim por meio da resolução de problemas. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, PR, v. 12, n. 27, p. 228–250, jan.-abr. 2023. Disponível em: https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.27.228-250. Acesso em: 03 ag. 2025

9.2 Relatório

O encontro realizado no dia 05 de julho de 2025 teve como conteúdo principal funções, estiveram presentes 17 estudantes. Está aula optamos por fazer a metodologia de resolução de problemas, então iniciamos entregando 4 situações problemas para os alunos que tinha como foco a lei de formação de uma função e interpretação de texto, foi dado um tempo para a leitura individual e em conjunto para que todos possam compreender o que o enunciado da questão queria.

Em seguida os estagiários deram um tempo para que os alunos conseguissem resolver os problemas enquanto foram passando pelas carteiras para tirar eventuais dúvidas.

Após isso, a maioria dos estudantes terem concluído as atividades fomos para a etapa de registrar as resoluções no quadro, para o primeiro problema tivemos algumas resoluções apresentadas pelos alunos, a maioria foi utilizando operações básicas como divisão e multiplicação para saber a quantidade de cachos que deveriam ser raleados, mas alguns alunos também fizeram por meio de uma expressão algébrica, chamando de x os cachos raleados e de y o salário do Seu Osvaldo.

Para o segundo problema existiam duas respostas possíveis para a alternativa a, porém apenas um aluno conseguiu perceber isso, então ele demonstrou no quadro. Os alunos também fizeram essa atividade por meio de contas sem a utilização de expressões para calcular o salário, somente na alternativa b que pedia para criar uma expressão algébrica, eles o fizeram.

Já no problema três, tivemos várias expressões que representavam o salário da Dona Vilma, no entanto, a maioria servia apenas para aquele caso específico dos dias que ela trabalhou, com a ajuda dos alunos conseguimos fazer uma expressão que servia para calcular para qual quer situação de dias trabalhos considerando os extras dos sábados. E no quarto problema os alunos já começaram o exercício apresentando uma expressão algébrica para os cálculos envolvidos, ou seja, foram aprendendo o conteúdo conforme os exercícios propostos.

Após a resolução de todos os problemas, formalizamos o conteúdo explicando primeiramente o que é uma relação para posteriormente falar sobre função, os estagiários deixaram claro que toda função é uma relação, mas nem toda relação é uma função. Também foram explicados conceitos gerais de função como o que é domínio, contradomínio e imagem, a explicação foi feita por meio de lâminas que facilitaram a visualização dos conteúdos, e então seguimos para o intervalo.

Em seguida, distribuímos os problemas envolvendo gráficos de função, com o objetivo de interpretar e construir gráficos de funções. Devido ao tempo, aceleramos um pouco essas atividades em alguns casos fizemos a correção oralmente.

No primeiro problema envolvendo gráfico, era uma atividade mais simples onde o objetivo era apenas compreender o que é um gráfico e o que representa o eixo horizontal e vertical, e o que são os pontos no gráfico, fizemos a correção oralmente desse exercício, os alunos demonstraram boa compreensão. No problema dois mostrava um gráfico de uma função afim, que seria o foco a partir daquele momento, os alunos deviam interpretar um gráfico dado e em seguida construir uma expressão que o representasse assim eles conseguiram perceber a relação entre a expressões e os gráficos.

O objetivo do problema três era que os alunos praticassem a construção de um gráfico sozinhos, o problema quatro era apenas para fazer uma interpretação e identificar qual dos gráficos era o correto, ambos os problemas foram respondidos pelos alunos de forma correta. Seguimos para formalização dos conteúdos, explicamos o que é função afim, o que determina se ela é descente ou decrescente, e como achar o ponto que toca o eixo y e o eixo x, apresentam duas formas de construir os gráficos: por meio de dois pontos ou por meio de uma tabela, os alunos compreenderam e preferiram o modo de construir por meio de uma tabela, e questionaram se o gráfico ficaria igual independente do modo de construção, e então mostramos um exemplo no quadro onde construímos o mesmo gráfico pelos dois métodos e confirmamos que eles ficavam iguais.

Para finalizar a aula fizemos a atividade no kahoot, um método novo que ainda não havíamos utilizado, fazer jogos com auxílio da tecnologia. De modo geral, os alunos demonstraram interesse e participaram bem da atividade. A vencedora foi uma aluna tímida, que raramente se voluntariava para ir ao quadro e preferia trabalhar sozinha em vez de em grupo. Sua vitória nos surpreendeu positivamente, pois, apesar de sua pouca interação, revelou um amplo conhecimento. No geral, a turma acertou a maioria das questões.

10 Encontro 10 – 12/07/2025

10.1 Plano de Aula

Plano de Aula– 12/07/2025

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio e ingressantes do ensino superior.

Conteúdos: Fração e função do primeiro grau.

Objetivo geral: Revisão do conteúdo em formato de gincana e confraternização.

Objetivos específicos: Retomada dos conteúdos estudados.

Material didático: Tangram e material impresso.

Tempo de execução: Encontro de quatro aulas. Intervalo 9h40 às 10h

Encaminhamento metodológico:

Parte 1 (30 minutos) – Recepção

Nesta aula, todos os estudantes se reunirão com as demais turmas e, à medida que forem chegando, serão organizados em equipes de oito a dez participantes. Em cada sala, estarão os estagiários responsáveis, e cada trio preparou duas dinâmicas relacionadas aos conteúdos trabalhados durante o período do Promat.

Parte 2 (100 minutos) - Gincana

Preparamos duas gincanas relacionadas aos conteúdos de frações e função do primeiro grau. Cada equipe terá 10 minutos para resolver cada uma das atividades.

1ª Atividade – Frações com Tangram: Iniciaremos explicando que o quadrado completo do Tangram representa uma unidade inteira, e que cada peça corresponde a uma fração dessa unidade. Desafio: As equipes deverão montar diferentes figuras utilizando todas as peças do Tangram. Serão disponibilizadas 10 figuras, cada um vale 10 pontos.

2ª Atividade – Função do 1º Grau: Serão distribuídas 15 funções pelas carteiras, cada uma acompanhada de seu respectivo par ordenado (x, f(x)). O desafio é que os alunos circulem pelo espaço e façam a associação correta entre a função e seu par ordenado, reforçando a compreensão do conceito de função do 1º grau. As pontuações podem variar entre zero, 50 e 100 pontos.

Parte 3 (70 min) – Confraternização

Após a realização das atividades e a contagem dos pontos, será nomeada a equipe vencedora. Em seguida, haverá um tempo para o intervalo. Na aula anterior, realizamos um sorteio e pedimos que os estudantes trouxessem pratos típicos de São João e viessem caracterizados, para celebrarmos esse momento durante o horário do lanche.

10.2 Relatório

O encontro realizado no dia 12 de julho de 2025 marcou o encerramento das nossas atividades. Os estagiários chegaram um pouco antes das 8h para organizar a sala e preparar o espaço para as dinâmicas. Estavam presentes 18 alunos da sala A208, e distribuídos em grupos com alunos das outras salas, com isso teve dez grupos de sete pessoas, as atividades propostas por sala foram duas.

Na nossa sala, trabalhamos com duas dinâmicas: uma sobre frações utilizando o Tangram e outra sobre função do 1º grau, com uma atividade desenvolvida especialmente para esse momento.

No geral, os grupos apresentaram um bom desempenho na atividade com o Tangram. Das dez figuras propostas, a média foi de sete construídas corretamente. Uma dificuldade recorrente foi a percepção dos alunos em relação às peças, muitos achavam que estavam faltando ou sobrando peças, o que os levava eles a reconstruir algumas formas.

Já na dinâmica sobre função do 1º grau, notamos mais dificuldades. Alguns alunos apresentaram dificuldades de interpretação, enquanto outros demonstraram menor engajamento sobre o tema. Nenhum dos grupos conseguiu resolver mais de 12 dos 15 exercícios propostos, mas a maioria dos alunos se engajou na resolução da atividade.

Finalizamos o encontro com um momento de socialização e lanche coletivo, que durou cerca de 50 minutos. Foi uma oportunidade agradável para encerrar o ciclo de encontros, fortalecer os vínculos e celebrar o que foi construído ao longo do projeto. Foi realizada a correção das atividades propostas por cada equipe e, em seguida, a classificação dos grupos. A equipe vencedora recebeu um brinde como lembrança.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Agradecemos ao discente Dr. Jesus Marcos Camargo, pela orientação, supervisão e ensinamentos desse projeto, também agradecemos a Prof. Arleni Elise Sella Lange pela empatia, conselhos e paciência.

Este trabalho teve o intuito de proporcionar experiencias em grupo e competência em uma sala de aula, assim aplicamos as práticas de ensino, no qual abordamos no relatório a importância dessas práticas para o estudante se envolver e desenvolver na disciplina.

Além disso no projeto Promat podemos comunicar com alunos da rede pública e privada. Lecionar e Interagir com alunos obtendo experiencias a sala de aula, debater e confraternizar, alcançado um aprendizado e a empatia com os alunos.

Obtivemos a oportunidade de preparar e executar planos de aulas conforme tínhamos assimilado na disciplina de Didática e usar as metodologias de ensino na disciplina de Resolução de Problemas e Tendencias em Educação matemática das quais foram importantes para o nosso desenvolvimento na sala de aula.

Assim esse trabalho foi de suma importância para uma nova experiencia e para aqueles que teve e tem a oportunidade de realizar esse projeto, ele tem o intuito de preparar e aplicar os ensinamentos em sala de aula

Finalizamos este trabalho com um sentimento de gratidão, pela oportunidade de realizar este projeto proposto e executado.